



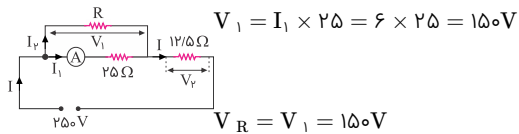
گزینه ۱

گام اول

انرژی مصرفی در مقاومت R در مدت ۳۰ دقیقه چند کیلووات ساعت است؟ $\leftarrow t = \frac{1}{4}h$, $U_R = ? kWh$

گام دوم

با محاسبه مقدار جریان مصرفی از مقاومت R و اختلاف پتانسیل دو سر آن می‌توانیم انرژی مصرفی را محاسبه کنیم. اختلاف پتانسیل V_1 برابر است با:



از آنجا که مقاومت R با مقاومت 25Ω موازی هستند، دارای اختلاف پتانسیل‌های یکسان می‌باشند بنابراین:

با محاسبه V_2 می‌توانیم جریان کل را به دست بیاوریم:

$$V_T = V_1 + V_2 \Rightarrow 250 = 150 + V_2 \Rightarrow V_2 = 100V$$

$$V_2 = R_2 I \Rightarrow 100 = 12/5 \times I \Rightarrow I = 8A$$

با استفاده از قانون گره در نقطه A، I_1 و در نهایت انرژی مصرفی در مقاومت R را محاسبه می‌کنیم:

$$I = I_1 + I_2 \xrightarrow{I_1=6A, I=8A} 8 = 6 + I_2 \Rightarrow I_2 = 2A$$

$$U_R = V_1 I_2 t = 150 \times 2 \times \frac{1}{4} = 150Wh = 0.15kWh$$

گزینه ۳

گام اول: جریان عبوری از مقاومت $1/10\Omega$ در نظر می‌گیریم. چون دو مقاومت 10Ω و 5Ω موازی‌اند، نسبت جریان عبوری از آن‌ها به نسبت عکس مقاومت آن‌ها است؛ پس جریان عبوری از مقاومت 5Ω برابر با $2I$ خواهد بود. باتوجه به گره A در مدار داریم:

$$\vec{I} = I_1 \hat{e}_1 + I_2 \hat{e}_2 \Rightarrow \begin{cases} I_{10\Omega} = I = 0.8A \\ I_{5\Omega} = 2I = 1.6A \end{cases}$$

گام دوم: چون جریان عبوری از مقاومت 5Ω با جریان عبوری از مقاومت R برابر است، مقدار مقاومت‌هایشان نیز برابر است.

پس $R = 5\Omega$ است. حالا طبق رابطه $U = RI^2 t$ انرژی الکتریکی مقاومت R در مدت ۲۵ دقیقه را به دست می‌آوریم:

$$U = RI^2 t = 5 \times (1/6)^2 \times (25 \times 60) = 19200J = 19.2kJ$$

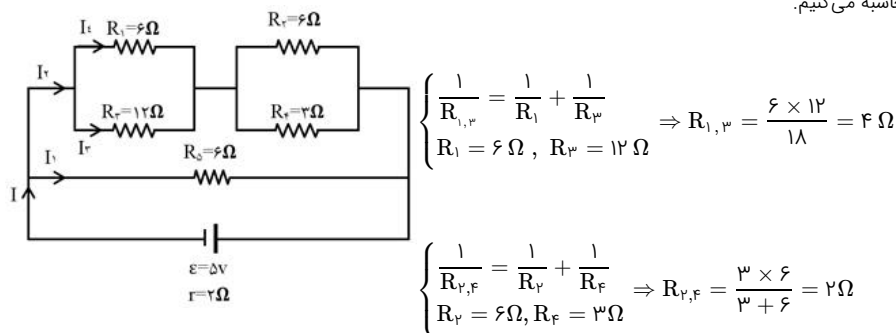
گام اول

توان مصرفی مقاومت R_1 چند وات است؟ $\leftarrow P_1 = ? W$

گام دوم

باید جریان عبوری از مقاومت R_1 را به دست بیاوریم. ابتدا جریان کل را محاسبه می‌کنیم.

مقاومت‌های R_1, R_3 باهم موازی‌اند بنابراین:



مقاومت‌های R_2, R_4 باهم موازی‌اند:

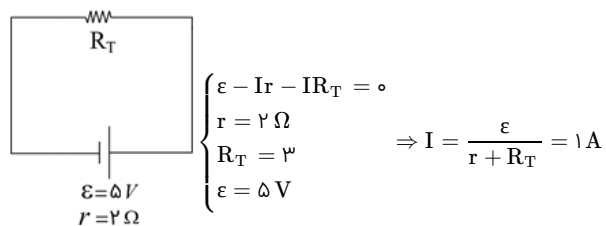
مقاومت معادل $R_{1,3}, R_{2,4}$ باهم سری‌اند:

$$\begin{cases} R_{1,3,2,4} = R_{2,4} + R_{1,3} \\ R_{2,4} = 2\Omega, R_{1,3} = 4\Omega \end{cases} \Rightarrow R_{1,3,2,4} = 2 + 4 = 6\Omega$$

مقاومت‌های $R_5, R_{1,3,2,4}$ باهم موازی‌اند:

$$\begin{cases} \frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_{1,3,2,4}} \\ R_{1,3,2,4} = 6\Omega, R_5 = 6\Omega \end{cases} \Rightarrow R_T = \frac{6}{2} = 3\Omega$$

حالا می‌توانیم جریان کل را محاسبه کنیم.

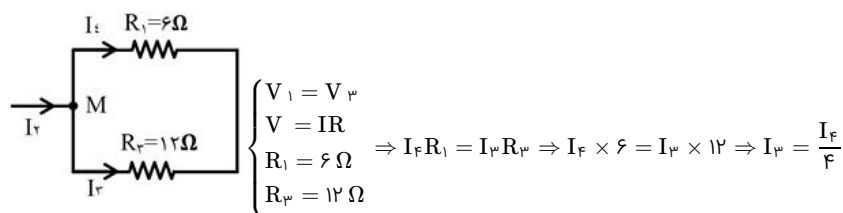


حال باید جریان عبوری از R_1 را به دست بیاوریم.

مقاومت معادل $R_5, R_{1,3,2,4}$ باهم موازی و برابرند؛ بنابراین جریان I به‌طور مساوی بین آن‌ها تقسیم می‌شود؛ بنابراین:

$$\begin{cases} I_1 = I_3 = \frac{I}{2} \\ I = 1A \end{cases} \Rightarrow I_1 = I_3 = \frac{1}{2} A$$

مقاومت‌های R_1, R_3 باهم موازی هستند ($V_1 = V_3$) بنابراین:



باتوجه به پایستگی بار در نقطه M داریم:

$$\begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ I_3 = \frac{I_1}{2} \\ I_3 = \frac{1}{2} A \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{I_1}{2} + I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{1}{4} A$$

بنابراین توان مصرفی مقاومت R_1 برابر است با:

$$\begin{cases} P_1 = R_1 I_1^2 \\ R_1 = 6 \\ I_1 = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow P_1 = 6 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{2} W$$

جریان در مدار (طبق قاعدهٔ حلقه) برابر است با:

$$\varepsilon - IR_1 - IR_V - Ir = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_T + r}$$

با افزایش مقاومت، جریان کاهش می‌یابد.

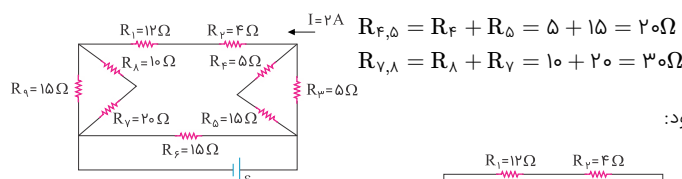
افت پتانسیل در باتری برابر است با Ir و بنابراین با کاهش جریان، کاهش می‌یابد. با کاهش افت پتانسیل باتری، اختلاف پتانسیل کل مدار افزایش می‌یابد.

$$V = \varepsilon - Ir$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_V برابر است با IR_V که با کاهش جریان، کاهش می‌یابد. از آنجاکه اختلاف پتانسیل کل برابر است با مجموع اختلاف پتانسیل‌های مقاومت‌های R_1 و R_V . با کاهش V_V و افزایش کل V ، V_1 باید افزایش یابد.

$$\begin{cases} V_T = V_1 + V_V \\ V_T \uparrow, V_V \downarrow \end{cases} \Rightarrow V_1 \uparrow$$

باید جریان کل را محاسبه کنیم. مقاومت‌های R_Δ ، R_F و همچنین مقاومت‌های R_Λ ، R_V با هم سری هستند، بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:



حال مقاومت معادل $R_{F,\Delta}$ ، R_3 و همچنین $R_{V,\Lambda}$ ، R_9 با هم موازی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها می‌شود:

$$\begin{cases} \frac{1}{R_{3,F,\Delta}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{F,\Delta}} \\ R_3 = 5\Omega, R_{F,\Delta} = 20\Omega \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{R_{3,F,\Delta}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{20} \Rightarrow R_{3,F,\Delta} = 4\Omega$$

$$\begin{cases} \frac{1}{R_{V,\Lambda,9}} = \frac{1}{R_{V,\Lambda}} + \frac{1}{R_9} \\ R_9 = 15\Omega, R_{V,\Lambda} = 30\Omega \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{R_{V,\Lambda,9}} = \frac{1}{15} + \frac{1}{30} \Rightarrow R_{V,\Lambda,9} = 10\Omega$$

مقاومت‌های $R_{3,F,\Delta}$ ، R_1 ، R_V ، $R_{V,\Lambda,9}$ با هم سری می‌باشند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_T = 4 + 4 + 12 + 10 = 30\Omega$$

$$\begin{cases} V_T = V_F \\ V = RI \\ I = 2A \end{cases} \Rightarrow I \times 30 = 15 \times I_1 \Rightarrow 2 \times 30 = 15 \times I_1 \Rightarrow I_1 = 4A$$

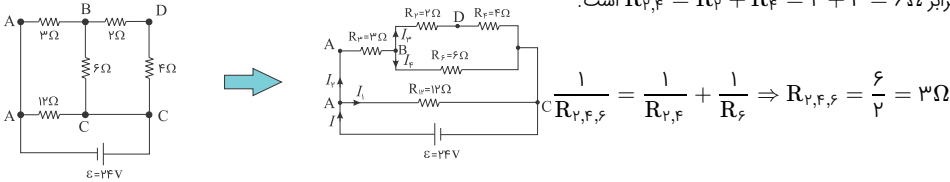
حالا برای نقطهٔ A قانون گره را می‌نویسیم تا جریانی که از مدار می‌گذرد را به دست بیاوریم:

$$\begin{cases} I_T = I_1 + I \\ I = 2A \\ I_1 = 4A \end{cases} \Rightarrow I_T = 2 + 4 = 6A$$

باتوجه به نقاط هم‌پتانسیل می‌توانیم مدار را به شکل ساده‌تر درآوریم و مقاومت کل را محاسبه کنیم:

مقاومت‌های R_F با هم سری هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر $R_{F,F} = R_F + R_F = 2 + 4 = 6 \Omega$ است.

مقاومت معادل $R_{F,F}$ با مقاومت R_6 موازی هستند، بنابراین:



مقاومت $R_{F,F}, R_3$ با هم سری هستند:

$$R_{F,F,3} = R_{F,F} + R_3 = 6 + 3 = 9 \Omega$$

مقاومت معادل $R_{12}, R_{F,F,3}$ با هم موازی‌اند:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{F,F,3}} \Rightarrow R_{12} = \frac{12 \times 6}{18} = 4 \Omega$$

بنابراین جریان کل برابر است با:

$$\varepsilon - IR_1 - Ir = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{24}{6 + 2} = 3 A$$

باتوجه به اینکه $R_{12}, R_{F,F,3}$ با هم موازی هستند، داریم:

$$V_{F,F,3} = V_{12} \Rightarrow I_F R_{F,F,3} = I_1 R_{12} \Rightarrow I_F \times 9 = I_1 \times 4 \Rightarrow I_F = \frac{4}{9} I_1$$

باتوجه به قانون گره در نقطه A داریم:

$$I = I_1 + I_F \xrightarrow{I_F = \frac{4}{9} I_1} 9 = \frac{I_1}{9} + I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{9}{10} A$$

از آنجایی که مقاومت‌های R_F, R_6 با هم برابر هستند، جریان I_F به‌طور مساوی بین شاخه‌ها تقسیم می‌شود. با استفاده از گره در نقطه B داریم:

$$I_F = I_3 + I_6 \xrightarrow{I_6 = \frac{4}{9} I_1} \frac{9}{10} = \frac{I_3}{9} + \frac{4}{9} \Rightarrow I_3 = \frac{1}{10} A$$

جریان خروجی از رئوسا، از C خارج می‌شود (نه از B) و لغزنده تأثیری روی سیمی که از آن عبور می‌کند ندارد. در واقع طول سیم ثابت باقی می‌ماند و جریان تغییری نمی‌کند.

با استفاده از رابطه $P = RI^2$ ، نسبت $\frac{P_{10}}{P_5}$ را می‌یابیم:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_{10}}{P_5} = \frac{R_{10} I_1^2}{R_5 I^2} = \frac{10 I_1^2}{5 I^2} = 2 \left(\frac{I_1}{I} \right)^2$$

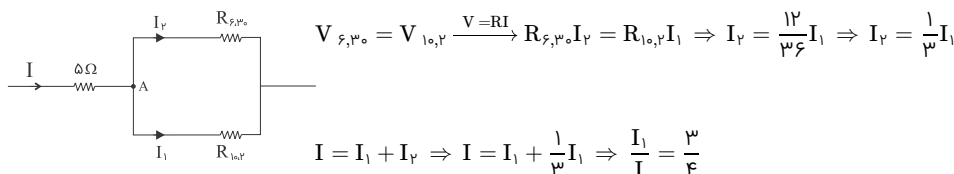
کافی است نسبت $\frac{I_1}{I}$ را به دست بیاوریم:

مقاومت‌های ۳۰ و ۶ اهمی و همچنین ۲ و ۱۰ اهمی با هم سری هستند؛ بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{F,30} = 30 + 6 = 36 \Omega$$

$$R_{10,2} = 10 + 2 = 12 \Omega$$

مقاومت‌های $R_{10,2}$ و $R_{F,30}$ با هم موازی هستند، بنابراین:



حال با استفاده از قاعده گره برای نقطه A داریم:

$$\frac{P_{10}}{P_5} = 2 \left(\frac{I_1}{I} \right)^2 = 2 \times \left(\frac{3}{4} \right)^2 = \frac{9}{8}$$

گام اول

الف) چند مقاومت ۴۰Ω اهمی را باید به هم وصل کنیم $\leftarrow R = ۴۰\Omega$, $n = ?$

ب) از یک منبع برق $۱۲۰V$ ولتی $\leftarrow V = ۱۲۰V$

ج) شدت جریان را $۱۵A$ آمپر بگیریم $\leftarrow I = ۱۵A$

گام دوم

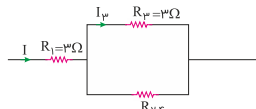
طبق قانون اهم مقاومت معادل که متصل به منبع $۱۲۰V$ ولتی است و جریان $۱۵A$ آمپر از آن می‌گذرد برابر است با:

$$R_T = \frac{V}{I} \Rightarrow R_T = \frac{۱۲۰}{۱۵} = ۸\Omega$$

از آنجاکه مقاومت معادل کمتر از تک‌تک مقاومت‌ها است ($۸\Omega < ۴۰\Omega$)، باید به صورت موازی بسته شده باشند:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \dots + \frac{1}{R} = \frac{n}{R} \Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{n}{40} \Rightarrow n = ۵$$

با ساده کردن مدار می‌توانیم جریان گذرنده از مقاومت R_3 را با جریان عبوری از R_1 مقایسه کنیم:



$$R_{2,3} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{1 \times \frac{3}{1}}{1 + \frac{3}{1}} = \frac{3}{4}\Omega$$

$$I_3 = \frac{R_{2,3}}{R_{2,3} + R_4} I = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{4} + 3} I = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{15}{4}} I = \frac{3}{15} I = \frac{1}{5} I$$

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_1}{P_3} = \frac{R_1}{R_3} \left(\frac{I_1}{I_3} \right)^2 = \frac{3}{3} \left(\frac{I}{\frac{1}{5}I} \right)^2 = 36$$

گام اول

الف) پیچهای از ۱۰۰ دور سیم مسی به قطر مقطع $۲mm$ $\leftarrow D = 2r = 2mm = 2 \times 10^{-3}m$

ب) استوانه‌ای به شعاع ۱۰ سانتی‌متر $\leftarrow r' = ۱۰cm = ۰/۱m$

ج) مقاومت الکتریکی سیم پیچیده شده تقریباً چند اهم است؟ $\leftarrow R = ?\Omega$

گام دوم

مقاومت از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ به دست می‌آید که برای این منظور باید طول سیم (L) و مساحت مقطع سیم (A) را محاسبه کنیم:

$$L = N \times 2\pi r' \Rightarrow L = ۱۰۰ \times 2\pi \times ۰/۱ = 2\pi m$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \times (2 \times 10^{-3})^2}{4} m^2$$

$$\begin{cases} R = \rho \frac{L}{A} \\ \rho = 1/7 \times 10^{-8} \Omega.m \end{cases}$$

$$\Rightarrow R = 1/7 \times 10^{-8} \times \frac{2\pi}{\frac{\pi \times (2 \times 10^{-3})^2}{4}} = \frac{1/7 \times 2\pi \times 10^{-8}}{10^{-6}} = 0/34\Omega$$

گام اول

الف) همهٔ مقاومت‌های مدار مشابه‌اند $\leftarrow R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R$

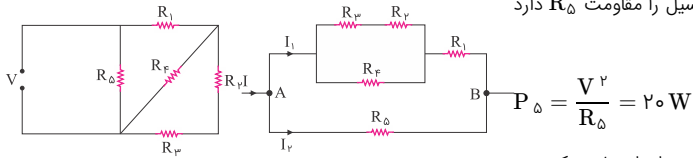
ب) هر مقاومت حداکثر توان ۲۰ وات را می‌تواند تحمل کند $\leftarrow P_{\max} = 20W$

ج) حداکثر توان الکتریکی ممکن در این مدار چند وات است؟ $\leftarrow P_T = ?W$

گام دوم

شکل مدار را می‌توانیم ساده‌تر رسم کنیم.

توان مقاومت برابر است با $\frac{V^2}{R}$ باتوجه‌به شکل مدار می‌توان به‌راحتی دریافت که بالاترین اختلاف‌پتانسیل را مقاومت R_5 دارد که برابر است با اختلاف‌پتانسیل کل مدار:



ازآنجاکه $V_T = V_5$ است می‌توانیم از نسبت $\frac{P_T}{P_5}$ ، P را محاسبه کنیم. ابتدا باید مقاومت معادل کل مدار را محاسبه کنیم. مقاومت‌های R_3 ، R_2 باهم متوالی هستند بنابراین:

$$R_{2,3} = R_2 + R_3 = R + R = 2R$$

مقاومت معادل $R_{2,3}$ با مقاومت R_4 موازی است بنابراین:

$$\frac{1}{R_{2,3,4}} = \frac{1}{R_{2,3}} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_{2,3,4} = \frac{2R \cdot R}{2R + R} = \frac{2}{3}R$$

مقاومت معادل $R_{2,3,4}$ با مقاومت R_1 سری است؛ بنابراین:

$$R_{1,2,3,4} = R_1 + R_{2,3,4} = R + \frac{2}{3}R = \frac{5}{3}R$$

مقاومت معادل $R_{1,2,3,4}$ با مقاومت R_5 موازی است؛ بنابراین:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_{1,2,3,4}} \Rightarrow R_T = \frac{R \times \frac{5}{3}R}{\frac{5}{3}R} = \frac{3}{5}R$$

حال با استفاده از نسبت $\frac{P_T}{P_5}$ می‌توانیم P_T را محاسبه کنیم:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \frac{P_T}{P_5} = \frac{\frac{V_T^2}{R_T}}{\frac{V_5^2}{R_5}} \xrightarrow{V_T = V_5} \frac{P_T}{P_5} = \frac{R_5}{R_T} \Rightarrow \frac{P_T}{20} = \frac{R}{\frac{3}{5}R} \Rightarrow P_T = 32W$$

گام اول

الف) دو سیم فلزی توپر A و B به طول‌های مساوی $\leftarrow L_A = L_B$

ب) اگر مقاومت ویژهٔ سیم A، ۳ برابر مقاومت ویژهٔ سیم B باشد $\leftarrow \rho_A = 3\rho_B$

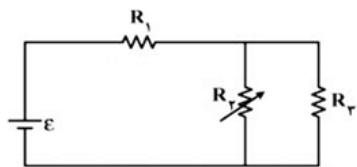
ج) سطح مقطع سیم A چندبرابر سطح مقطع سیم B است؟ $\leftarrow \frac{A_A}{A_B} = ?$

گام دوم

باتوجه‌به اینکه مقاومت‌ها و مولد باهم موازی‌اند و با استفاده از رابطهٔ $R = \frac{\rho L}{A}$ ، مقاومت دو سیم A و B را برحسب I و ε به دست آورده و درنهایت از رابطهٔ $R = \rho \frac{L}{A}$ استفاده می‌کنیم تا نسبت سطح مقطع دو سیم به دست آید:

$$R_A = \frac{V_A}{I_A}, \quad I_A = \frac{I}{3}, \quad V_A = V_B = \varepsilon \Rightarrow R_A = \frac{3\varepsilon}{I} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\frac{3\varepsilon}{I}}{\frac{\varepsilon}{3I}} = 9, \quad \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A \frac{L_A}{A_A}}{\rho_B \frac{L_B}{A_B}} \Rightarrow 9 = 3 \times \frac{A_B}{A_A} \Rightarrow \frac{A_A}{A_B} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

با افزایش مقاومت R_2 ، مقاومت معادل کل مدار افزایش می‌یابد؛ درنتیجه جریان کل کاهش می‌یابد؛ بنابراین ولتاژ دو سر مولد افزایش می‌یابد؛ و چون ولتاژ خروجی مولد افزایش‌یافته، ولتاژ دو سر مقاومت R_2 نیز افزایش می‌یابد.



گزینه ۳

۱۵

گام اول

$$\begin{cases} \theta_1 = 20^\circ\text{C} \\ R_1 = 50\Omega \end{cases} \leftarrow \text{الف) مقاومت سیم در دمای } 20^\circ\text{ درجهٔ سلسیوس } 50\Omega \text{ است}$$

$$\begin{cases} \theta_2 = 100^\circ\text{C} \\ R_2 = ?\Omega \end{cases} \leftarrow \text{ب) مقاومت این سیم در دمای } 100^\circ\text{ درجهٔ سلسیوس چند اهم می‌شود؟}$$

گام دوم

تغییرات مقاومت بر اثر تغییر دما، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} R_2 = R_1 (1 + \alpha \Delta\theta) \\ \alpha = 5 \times 10^{-6} \text{K}^{-1} \end{cases}$$

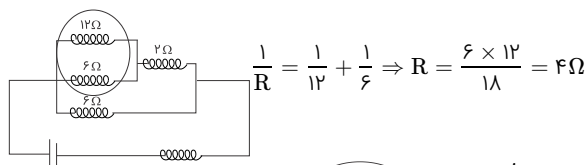
$$\Rightarrow R_2 = 50 (1 + 5 \times 10^{-6} \times (100 - 20)) = 51/6\Omega$$

گزینه ۲

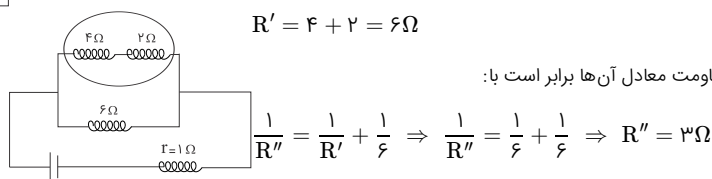
۱۶

شکل مدار را می‌توانیم ساده کنیم:

مقاومت های نشان داده شده در شکل باهم موازی می باشند و مقاومت معادل آن ها برابر است با:

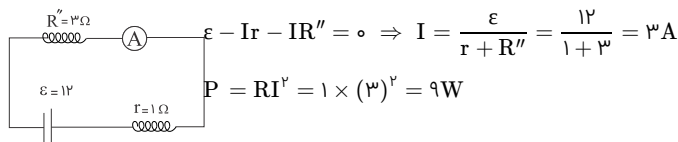


مقاومت های ۲ و ۴ اهمی باهم متوالی اند، بنابراین مقاومت معادل آن ها می شود:

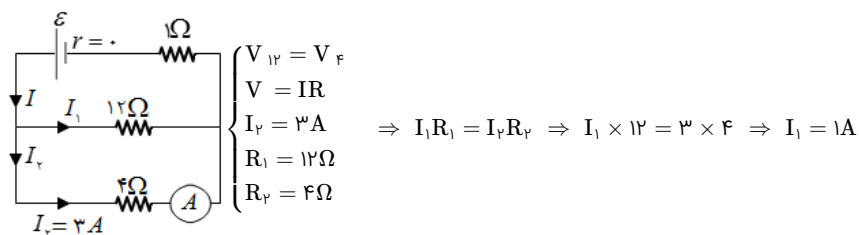


و در نهایت مقاومت R' با مقاومت 6Ω باهم موازی می باشند و مقاومت معادل آن ها برابر است با:

حال با استفاده از قاعدهٔ حلقه می‌توانیم جریان را محاسبه کرده و در نهایت توان تلف شده در باتری را به دست آوریم:



آمپرسنج مقدار جریانی را که از مقاومت 4Ω می‌گذرد نشان می‌دهد. باتوجه به اینکه اختلاف پتانسیل مقاومت‌های 12Ω و 4Ω یکسان می‌باشد، می‌توانیم جریانی که از مقاومت 12Ω می‌گذرد را به دست آوریم، تا در نهایت جریان کل محاسبه شود.



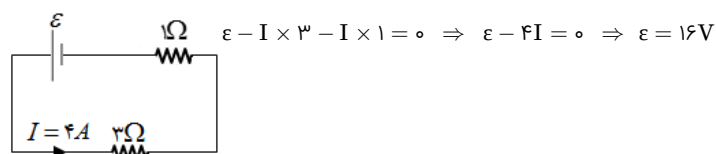
بنابراین جریان کل برابر است با:

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 \\ I_1 = 1A \\ I_2 = 3A \end{cases} \Rightarrow I = 1 + 3 = 4A$$

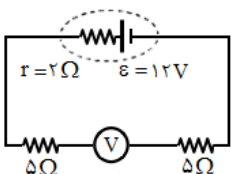
برای محاسبه نیروی محرکه مولد E ابتدا باید مقاومت معادل مقاومت‌های 4Ω و 12Ω را به دست بیاوریم. باتوجه به موازی بودن آن‌ها داریم:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} \Rightarrow R = 3\Omega$$

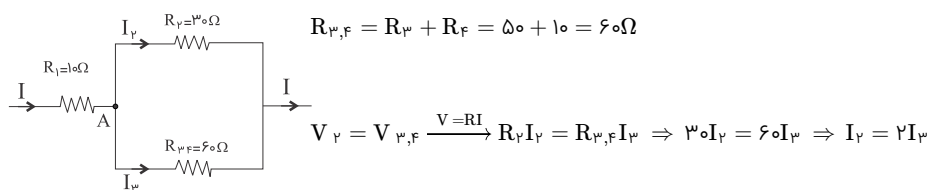
حال می‌توانیم از قاعده حلقه استفاده کنیم و نیروی محرکه مولد را به دست بیاوریم:



ولت‌سنج وسیله‌ای است با مقاومت بسیار زیاد؛ بنابراین وقتی به‌طور متوالی در مدار قرار می‌گیرد طبق رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ شدت جریان مدار صفر می‌شود. در این حالت ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مولد یا همان نیروی محرکه مولد را نشان می‌دهد. $V = \varepsilon = 12V$



ابتدا جریان هریک از مقاومت‌ها را برحسب جریان عبوری از یک مقاومت به دست می‌آوریم، سپس توان هر مقاومت را محاسبه کرده و باهم مقایسه می‌کنیم. مقاومت‌های R_3, R_4 باهم سری هستند؛ بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:



مقاومت $R_{3,4}$ و مقاومت R_2 باهم موازی هستند، بنابراین:

با استفاده از قاعده گره در نقطه A داریم:

$$I = I_2 + I_3 \xrightarrow{I_2=2I_3} I = 3I_3$$

حالا توان هریک از مقاومت‌ها را برحسب I_3 محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} P_1 = R_1 I^2 \Rightarrow P_1 = 30 I_3^2 \\ I = 3 I_3 \end{cases}, \begin{cases} P_2 = R_2 I_2^2 \Rightarrow P_2 = 60 I_3^2 \\ I_2 = 2 I_3 \end{cases}$$

$$P_3 = I_3^2 R_3 \Rightarrow P_3 = 50 I_3^2, \quad P_4 = I_3^2 R_4 \Rightarrow P_4 = 10 I_3^2$$

درنتیجه: $P_2 > P_3 > P_1 > P_4$

گام اول

الف) مقاومت ویژه سیم A، سه برابر مقاومت ویژه سیم B است $\leftarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = 3$
 ب) اگر طول و مقاومت الکتریکی این دو سیم با هم برابر باشند $\leftarrow R_A = R_B$, $L_A = L_B$
 ج) قطر مقطع سیم A چند برابر قطر مقطع سیم B است؟ $\leftarrow \frac{D_A}{D_B} = \frac{r_A}{r_B} = ?$

گام دوم

باتوجه به معادله $R = \rho \frac{L}{A}$ داریم:

$$\begin{cases} R = \rho \frac{L}{A} \\ A = \pi r^2 \end{cases} \Rightarrow R = \rho \frac{L}{\pi r^2}$$

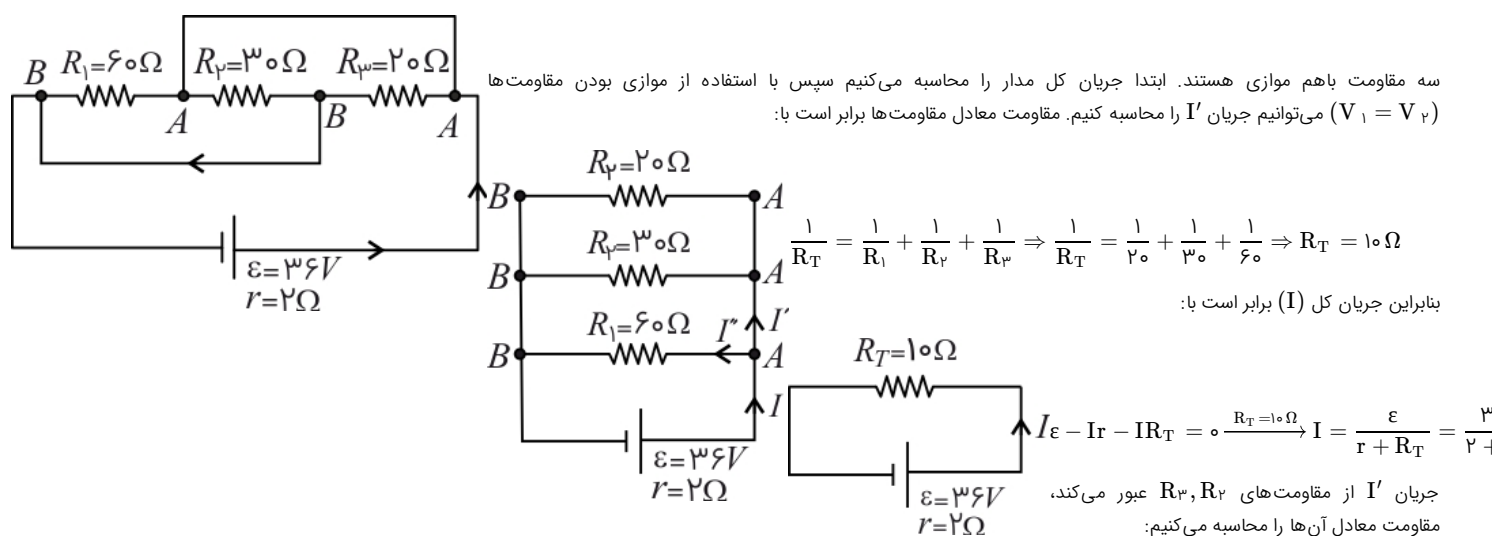
$$R_A = R_B \Rightarrow \rho_A \frac{L_A}{\pi r_A^2} = \rho_B \frac{L_B}{\pi r_B^2}$$

$$\Rightarrow 3 \rho_B \times \frac{L_B}{r_A^2} = \rho_B \times \frac{L_B}{r_B^2} \Rightarrow \frac{r_A^2}{r_B^2} = 3 \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \sqrt{3}$$

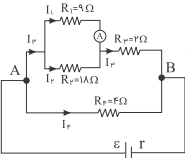
گزینه ۳

باتوجه به نقاط هم‌پتانسیل می‌توانیم مدار را به شکل ساده‌تری رسم کنیم.

سه مقاومت با هم موازی هستند. ابتدا جریان کل مدار را محاسبه می‌کنیم سپس با استفاده از موازی بودن مقاومت‌ها ($V_1 = V_2$) می‌توانیم جریان I' را محاسبه کنیم. مقاومت معادل مقاومت‌ها برابر است با:



برای محاسبهٔ P_F باید جریان I_F را به دست بیاوریم. مقاومت‌های R_1 و R_2 با هم موازی‌اند، بنابراین:



$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow 9 \times 0.5 = 18 \times I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{1}{6} \text{ A}$$

$$\begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ I_1 = 0.5 \text{ A} \\ I_2 = 0.5 \text{ A} + 0.25 \text{ A} = 0.75 \text{ A} \\ I_3 = 0.75 \text{ A} \end{cases}$$

قاعدهٔ گره را برای نقطهٔ C می‌نویسیم:

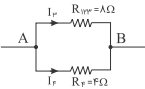
باید مقاومت معادل شاخهٔ بالا را محاسبه کنیم تا جریان I_F به دست آید. R_1 و R_2 با هم موازی‌اند، پس:

$$\frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{1,2} = \frac{9 \times 18}{9 + 18} = 6 \Omega$$

مقاومت $R_{1,2}$ با مقاومت R_3 با هم سری هستند، بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{1,2,3} = R_{1,2} + R_3 = 6 + 2 = 8 \Omega$$

مقاومت $R_{1,2,3}$ با مقاومت R_F موازی است، بنابراین:

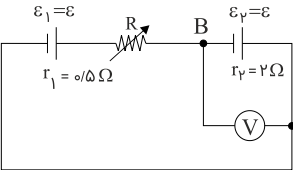


$$V_{1,2,3} = V_F \Rightarrow I_3 R_{1,2,3} = I_F R_F \Rightarrow \frac{3}{6} 8 = I_F 6 \Rightarrow I_F = \frac{3}{6} \text{ A}$$

در نهایت توان مصرفی R_F برابر است با:

$$P_F = R_F I_F^2 = 6 \times \left(\frac{3}{6}\right)^2 = 9 \text{ W}$$

با استفاده از رابطهٔ زیر، مقدار R را به دست می‌آوریم:



$$V = \varepsilon - I r_2 = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{2}$$

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R + \sum r} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{2} = \frac{2\varepsilon}{R + 2.5}$$

$$\Rightarrow R + 2.5 = 4 \Rightarrow R = 1.5 \Omega$$

طبق رابطهٔ $P = \frac{V^2}{R}$ نتیجه می‌گیریم که توان مصرفی با مقاومت مدار نسبت وارون دارد.

هنگامی که هر دو کلید بسته شوند، مقاومت‌ها موازی‌شده و مقاومت مدار کمترین مقدار و توان مصرفی مدار بیشترین مقدار را خواهند داشت:

$$R_{\min} = \frac{2 \times 8}{3} \Omega$$

اگر فقط کلید شاخهٔ بالا بسته شود، مقاومت مدار بیشترین مقدار و توان مصرفی مدار کمترین مقدار را خواهند داشت:

$$R_{\max} = 2 \times 8 \Omega$$

$$\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{\frac{V^2}{R_{\min}}}{\frac{V^2}{R_{\max}}} = \frac{R_{\max}}{R_{\min}} = \frac{2 \times 8}{\frac{2 \times 8}{3}} = 3$$

باید جریان مدار را محاسبه کنیم. برای این کار مقاومت معادل قسمت راست مدار را که به دو سر ولت سنج وصل است حساب می‌کنیم.

$$۱۰ + ۲۰ = ۳۰ \Omega$$

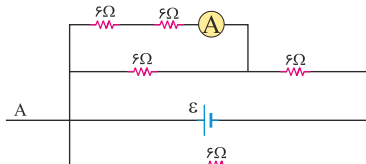
$$۱۵ \text{ و } ۳۰ \Rightarrow \frac{۳۰ \times ۱۵}{۳۰ + ۱۵} = ۱۰ \Omega \Rightarrow ۱۰ \text{ و } ۱۰ \text{ متوالی} \Rightarrow R = ۱۰ + ۱۰ = ۲۰ \Omega$$

$$V = IR \Rightarrow ۶ = I \times ۲۰ \Rightarrow I = ۰/۳ \text{ A}$$

این جریان از مولد خارج می‌شود. با در نظر گرفتن مقاومت ۵ اهمی به عنوان مقاومت درونی مولد خواهیم داشت:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow ۶ = \varepsilon - ۰/۳ \times ۵ \Rightarrow \varepsilon = ۷/۵ \text{ V}$$

وقتی مولد بین A و B بسته می‌شود:



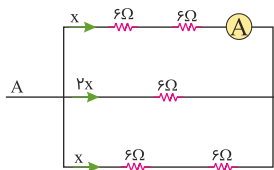
$$۶ + ۶ = ۱۲ \Omega \rightarrow ۱۲, ۶ \text{ موازی} \rightarrow ۴ \Omega \rightarrow ۴, ۶ \text{ سری} \rightarrow ۱۰ \Omega$$

$$۱۰, ۶ \text{ موازی} \Rightarrow R_T = \frac{۶ \times ۱۰}{۶ + ۱۰} = \frac{۱۵}{۴} \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_t} = \frac{۴}{۱۵} \varepsilon \Rightarrow \begin{cases} I \text{ بالا} = \frac{۶}{۱۰ + ۶} \times \frac{۴}{۱۵} \varepsilon = \frac{۴}{۱۰} A \\ I \text{ پایین} \end{cases}$$

$$I \text{ بالا} \begin{cases} \text{آمپرسنج} \rightarrow \frac{\varepsilon}{۳۰} = \frac{۴}{۳۰} \varepsilon = \frac{۲}{۱۵} \varepsilon \\ \text{جریان شاخه آمپرسنج} = \frac{۶}{۶ + ۱۲} \times \frac{\varepsilon}{۱۰} = \frac{\varepsilon}{۳۰} \end{cases}$$

وقتی مولد بین A و C بسته می‌شود:



$$R_T = ۳ \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T} = \frac{\varepsilon}{۳}$$

$$\text{آمپرسنج} \rightarrow x = \frac{\varepsilon}{۱۲} \Rightarrow ۴x = \frac{\varepsilon}{۳} \Rightarrow \text{تقسیم جریان بین شاخه‌ها}$$

$$\frac{I_{AC}}{I_{AB}} = \frac{\frac{\varepsilon}{۱۲}}{\frac{\varepsilon}{۳۰}} = \frac{۳۰}{۱۲} = \frac{۵}{۲}$$

گام اول

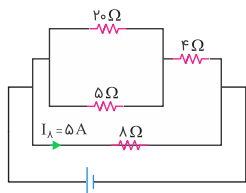
الف) مقاومت معادل آن‌ها $4\Omega \leftarrow R_T = 4\Omega$

ب) از مقاومت ۸ اهمی جریان ۵A عبور می‌کند $I_A = 5A \leftarrow$

ج) از مقاومت ۲۰ اهمی جریان چند آمپر عبور می‌کند؟ $I_{20} = ?A \leftarrow$

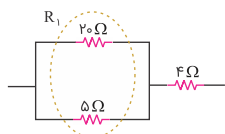
گام دوم

تنها مدار زیر مقاومت معادلی برابر با 4Ω دارد.



باتوجه به اینکه شاخه بالا و پایین باهم موازی هستند، با به دست آوردن مقاومت معادل شاخه بالا را محاسبه کنیم و همین کار را برای مقاومت‌های موازی ۲۰ و ۵ آمپر انجام می‌دهیم. مقاومت معادل شاخه بالا برابر است با:

مقاومت ۲۰ و ۵ اهمی باهم موازی هستند، بنابراین:

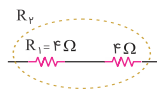


$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{20} + \frac{1}{5} \Rightarrow R_1 = 4\Omega$$

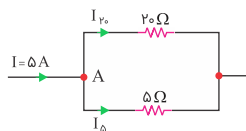
حال R_1 و مقاومت 4Ω باهم سری هستند بنابراین:

$$R_T = R_1 + 4 = 8\Omega$$

مقاومت معادل هر دو شاخه باهم برابر است، بنابراین جریان عبوری از هرکدام نیز باهم برابر می‌باشد. حال به محاسبه I_{20} می‌پردازیم:



باتوجه به اینکه مقاومت‌های ۲۰ و ۵ اهمی باهم موازی هستند ($V_{20} = V_5$)، با استفاده از قانون گره برای نقطه A داریم:



$$\begin{cases} V_{20} = V_5 \\ V = IR \end{cases} \Rightarrow I_{20} \times 20 = I_5 \times 5 \Rightarrow I_5 = 4I_{20}$$

$$\begin{cases} I = I_5 + I_{20} \\ I = 5A \\ I_5 = 4I_{20} \end{cases} \Rightarrow I = 4I_{20} + I_{20} \Rightarrow 5 = 5I_{20} \Rightarrow I_{20} = 1A$$

گام اول

به تدریج R را افزایش می‌دهیم $I \leftarrow$ کاهش می‌یابد.

گام دوم

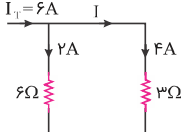
با افزایش R، مقدار مقاومت کل مدار افزایش می‌یابد و طبق رابطه $I = \frac{E}{R+R}$ جریان الکتریکی نور لامپ L_2 کاهش می‌یابد. از آنجا که اختلاف پتانسیل ثابت باقی می‌ماند ($V = V_1 + V_2$) و V_2 کاهش می‌یابد ($V_2 = R_2 I$)، V_1 باید افزایش یابد. پس طبق رابطه $P = \frac{V_1^2}{R}$ توان لامپ L_1 افزایش می‌یابد و نور آن زیاد می‌شود.

هنگامی توان خروجی مولد در یک مدار بیشینه می‌شود که: $R_T = r$

$$R_{\varphi\Omega, 12\Omega} = \frac{\varphi \times 12}{\varphi + 12} = \varphi \Rightarrow \frac{\varphi R}{\varphi + R} = r \Rightarrow R_T = \frac{\varphi R}{\varphi + R} = 2 \Rightarrow R = \varphi \Omega$$

$$I_T = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{2\varphi}{2 + 2} = \varphi \text{ A}$$

جریان مقاومت ۳ اهمی دو برابر جریان مقاومت ۶ اهمی است:



در حالت اول مقدار ε را محاسبه می‌کنیم، سپس در حالت دوم I_{12} را به دست می‌آوریم:

حالت اول:

از قاعده حلقه استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} \varepsilon - I_1 r - I_1 12 - I_1 2 = 0 \\ I_1 = 1 \\ r = 1 \Omega \end{cases} \Rightarrow \varepsilon - 1 - 12 - 2 = 0 \Rightarrow \varepsilon = 15 \text{ V}$$

حالت دوم:

ابتدا مقاومت معادل را به دست می‌آوریم.

مقاومت‌های ۱۲ و ۶ اهمی باهم موازی می‌باشند؛ بنابراین:

$$\frac{1}{R_{12,6}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \Rightarrow R_{12,6} = \varphi \Omega$$

با استفاده از قاعده حلقه، جریان کل را به دست می‌آوریم:

$$\varepsilon - Ir - IR_{12,6} - I \times 2 = 0 \Rightarrow I = \frac{15}{1 + \varphi + 2} = \frac{15}{V} \text{ A}$$

حال باتوجه به اینکه مقاومت های ۱۲ و ۶ اهمی موازی اند ($V_{12} = V_6$) و به کمک قانون گره در نقطه A می‌توانیم I_{12} را محاسبه کنیم:

$$V_{12} = V_6 \Rightarrow R_6 I_6 = R_{12} I_{12} \Rightarrow 6 I_6 = 12 I_{12} \Rightarrow I_6 = 2 I_{12}$$

$$\begin{cases} I = I_6 + I_{12} \\ I_6 = 2 I_{12} \\ I = \frac{15}{V} \text{ A} \end{cases} \Rightarrow \frac{15}{V} = 2 I_{12} + I_{12} \Rightarrow I_{12} = \frac{5}{V} \text{ A}$$

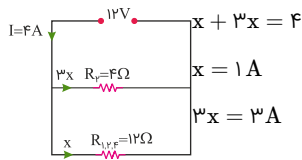
$$\text{موازی } R_1, R_2 \Rightarrow R_{1,2} = 4\Omega$$

$$\text{متوالی } R_{1,2}, R_3 \Rightarrow R_{1,2,3} = 4 + 8 = 12\Omega$$

$$\text{موازی } R_{1,2,3}, R_4 \Rightarrow R_{eq} = 3\Omega$$

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{12}{3} = 4A$$

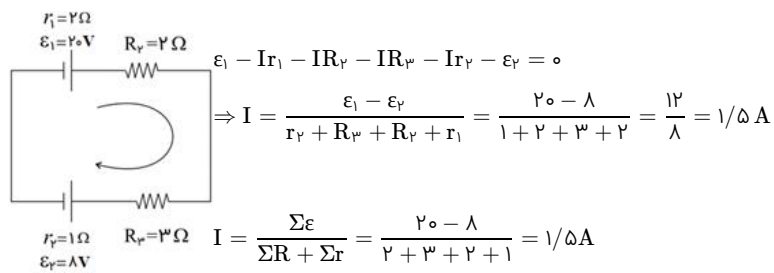
آمپرسنج A_1 جریان کل یعنی $4A$ را نشان می‌دهد.



$$x = 1A$$

آمپرسنج A_2 جریان x را نشان می‌دهد.

کافی است جریان مدار را با استفاده از قاعدهٔ حلقه (ولتاژ کیرشهف) حساب کنیم.



یا

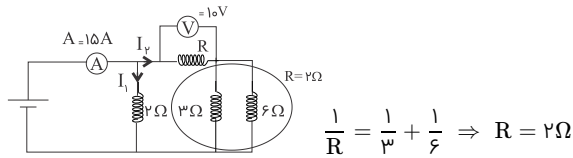
$$I = \frac{\Sigma \varepsilon}{\Sigma R + \Sigma r} = \frac{20 - 8}{2 + 3 + 2 + 1} = 1.5A$$

درنتیجه توان مقاومت 2 اهمی برابر است با:

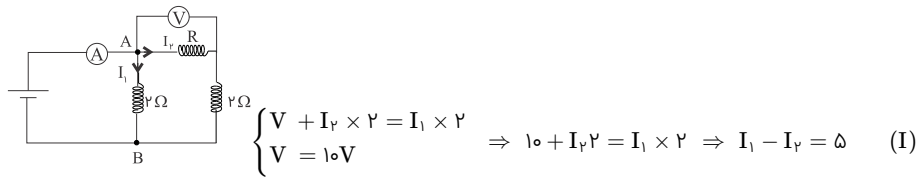
$$P = RI^2 \Rightarrow P = 2 \times \frac{9}{4} = 4.5W$$

مقاومت الکتریکی رشتهٔ تنگستن با افزایش دما، افزایش می‌یابد، بنابراین هنگام روشن بودن دارای مقاومت الکتریکی بیشتری است تا هنگام خاموش بودن.

برای به دست آوردن مقاومت R ، کافی است I_2 را به دست بیاوریم تا از رابطه $V = RI$ مقدار مقاومت را محاسبه کنیم؛ برای ساده‌تر شدن مدار، به جای مقاومت‌های ۳ و ۶ اهمی که باهم موازی می‌باشند مقاومت معادلشان را در نظر می‌گیریم:



اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B را یک بار با جریان I_1 و یک بار با جریان I_2 محاسبه می‌کنیم، سپس باهم مساوی قرار می‌دهیم و با به کار بردن قانون گره در نقطه A، I_2 را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 \\ I = 15A \end{cases} \Rightarrow I_1 + I_2 = 15 \quad (II)$$

حالا از معادلات (I) ، (II) استفاده می‌کنیم تا I_2 به دست آید و در نهایت مقاومت را می‌یابیم:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = 15 \\ I_1 - I_2 = 5 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفریق}} 2I_2 = 10 \Rightarrow I_2 = 5A$$

با استفاده از رابطه $R = \frac{V}{I_2}$ ، مقاومت R را به دست می‌آوریم.

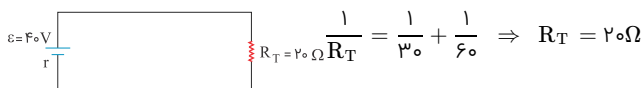
$$R = \frac{V}{I_2} \Rightarrow R = \frac{10}{5} = 2\Omega$$

گام اول

الف) توان تلف‌شده در خارج از باتری ۳ برابر توان تلف‌شده در باتری باشد $\leftarrow \frac{P_{RT}}{P_r} = 3$
 ب) توان مصرفی مقاومت ۳۰ اهمی چند وات است؟ $\leftarrow P_{30} = ?$

گام دوم

ابتدا باید جریان کل و مقدار مقاومت R را محاسبه کنیم. مقاومت‌های ۳۰ و ۶۰ اهمی باهم موازی می‌باشند، بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:



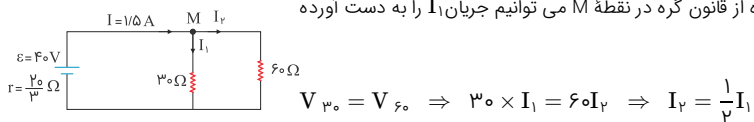
با استفاده از قاعده حلقه و نسبت توان‌های تلف‌شده در مقاومت‌ها می‌توانیم I و r را محاسبه کنیم:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_{RT}}{P_r} = \frac{R_T I^2}{r I^2} \Rightarrow \frac{R_T}{r} = 3 \Rightarrow r = \frac{20}{3}\Omega$$

$$\varepsilon - Ir - IR_T = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} = \frac{30}{\frac{20}{3} + 20} = 1/5A$$

حالت اولیه مدار را در نظر می‌گیریم تا جریان عبوری از مقاومت ۳۰ اهمی را به دست بیاوریم:

باتوجه به اینکه مقاومت‌های ۶۰ و ۳۰ اهمی باهم موازی هستند ($V_{30} = V_{60}$) و با استفاده از قانون گره در نقطه M می‌توانیم جریان I_1 را به دست آورده و در نهایت توان تلف‌شده در مقاومت 30Ω را محاسبه کنیم:

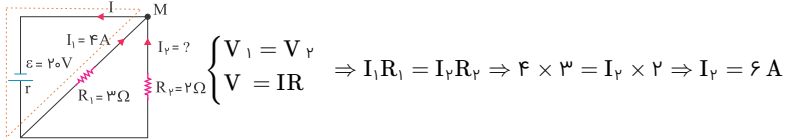


$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow \frac{1}{5} = I_1 + \frac{1}{2} I_1 \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{3}{2} I_1 \Rightarrow I_1 = 1A$$

$$P_{30} = RI_1^2 = 30 \times (1)^2 = 30W$$

ابتدا جریان عبوری از مولد را به دست می‌آوریم؛ سپس با استفاده از قاعدهٔ حلقه، مقاومت r را محاسبه می‌کنیم.

مقاومت‌های R_1 و R_2 با هم موازی هستند. ($V_1 = V_2$)



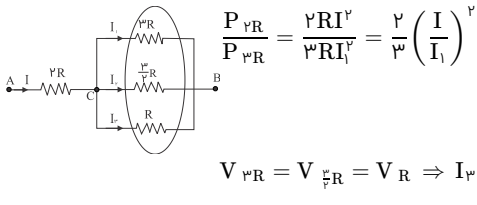
با استفاده از قانون گره در نقطهٔ M داریم:

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 \\ I_1 = ۴ \text{ A} \\ I_2 = ۶ \text{ A} \end{cases} \Rightarrow I = ۴ + ۶ = ۱۰ \text{ A}$$

باتوجه به قاعدهٔ حلقه در مسیر نشان‌داده‌شده، داریم:

$$\varepsilon - Ir - I_1 R_1 = 0 \Rightarrow ۲۰ - ۱۰ \times r - ۴ \times ۳ = 0 \Rightarrow r = 0.8 \Omega$$

باتوجه به اینکه مقاومت‌ها برحسب R هستند، کافی است نسبت جریان $\frac{I}{I_1}$ را به دست بیاوریم:



سه مقاومت نشان‌داده‌شده در شکل با هم موازی هستند، بنابراین:

با نوشتن قاعدهٔ گره برای نقطهٔ C می‌توانیم $\frac{I}{I_1}$ را به دست بیاوریم:

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 + I_3 \\ I_1 = 2I_2 \\ I_3 = 3I_2 \end{cases} \Rightarrow I = I_1 + 2I_1 + 3I_1 \Rightarrow \frac{I}{I_1} = ۶$$

$$\frac{P_{R1}}{P_{R2}} = \frac{I_1^2}{I_2^2} \left(\frac{R_1}{R_2} \right) = \frac{I_1^2}{I_2^2} \times ۶^2 = ۲۴$$

گام اول

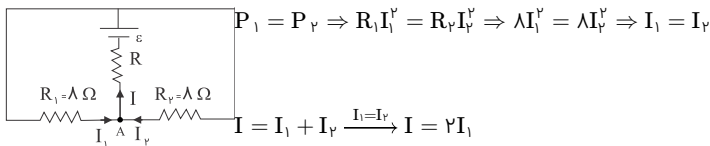
الف) توان هر سه مقاومت با هم برابر هستند

$$P_1 = P_2 = P_R \leftarrow$$

ب) R چند اهم است؟ $\leftarrow R = ? \Omega$

گام دوم

ابتدا توان مقاومت R_1 را با توان مقاومت R_2 برابر قرار می‌دهیم:



قانون گره را برای نقطهٔ A می‌نویسیم:

درنتیجه باتوجه به تساوی توان مقاومت‌های R_1 , R_2 داریم:

$$P_1 = P_R \Rightarrow R_1 I_1^2 = R I^2 \Rightarrow ۸ I_1^2 = R (2I_1)^2 \Rightarrow R = ۲ \Omega$$

آمپرسنج وسیله‌ای است با مقاومت ناچیز که به‌طور متوالی در مدار قرار می‌گیرد تا شدت جریان مدار را اندازه‌گیری کند. ولت‌سنج وسیله‌ای است با مقاومت بسیار زیاد که به‌طور موازی بین دو نقطه از مدار قرار می‌گیرد و اختلاف پتانسیل این دو نقطه را اندازه‌گیری می‌کند. بنابراین ولت‌سنج و آمپرسنج تنها در شکلی درست بسته شده‌اند که ولت‌سنج موازی با مقاومت و آمپرسنج متوالی با مقاومت باشد.

گام اول

الف) سیمی به طول ۲۵ متر ← $L = 25 \text{ m}$
 ب) اختلاف پتانسیل ۳ ولت در دو سر آن برقرار است ← $V = 3 \text{ V}$
 ج) جریان ۱/۲ آمپر عبور می‌کند ← $I = 1/2 \text{ A}$
 د) مقاومت ویژه سیم $1/\lambda \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$ و چگالی آن 8 g/cm^3

مقاومت ویژه سیم : $\rho_1 = 1/\lambda \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$ ، چگالی : $\rho_2 = 8 \text{ g/cm}^3 = 8000 \text{ kg/m}^3$

ه) جرم سیم چند گرم است؟ ← $m = ?$

گام دوم

از قانون اهم داریم:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{3}{1/2} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2}$$

و رابطه مقاومت با ساختمان رسانا (مقاومت ویژه ρ_1):

$$R = \rho_1 \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{5}{2} = 1/\lambda \times 10^{-8} \times \frac{25}{A}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1/\lambda \times 10^{-8} \times 2 \times 25}{5} = 1\lambda \times 10^{-8} \text{ m}^2$$

از رابطه چگالی، جرم سیم را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho_2 = \frac{m}{V} = \frac{m}{A \cdot L} \Rightarrow 8000 = \frac{m}{1\lambda \times 10^{-8} \times 25} \Rightarrow m = 0.036 \text{ kg} = 36 \text{ g}$$

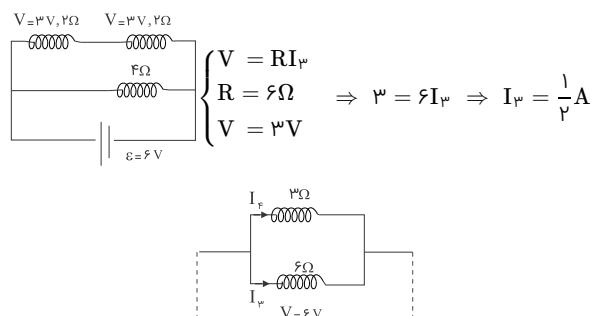
ابتدا مقاومت‌های معادل R_1 و R_2 را به دست می‌آوریم. مقاومت‌های ۴ اهمی با هم موازی‌اند، مقاومت‌های ۳ و ۶ اهمی نیز با هم موازی‌اند. بنابراین:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \Rightarrow R_1 = 2 \Omega$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \Rightarrow R_2 = 2 \Omega$$

مدار به‌صورت زیر درمی‌آید:

باتوجه به اینکه مقاومت‌های شاخه بالا با هم مساوی هستند (2Ω) و متصل به اختلاف پتانسیل 6 V ، می‌توانیم این نتیجه را بگیریم که اختلاف پتانسیل هرکدام از مقاومت‌ها برابر ۳ ولت است. پس اختلاف پتانسیل مقاومت R_1 برابر با V است. بنابراین I_3 برابر است با:



گام اول

الف) در حالتی که کلید باز است ← یعنی مقاومت ۳Ω از مدار کنار گذاشته می شود و ولت سنج فقط اختلاف پتانسیل مقاومت $۱/\Omega$ را نشان می دهد.

ب) اگر کلید را ببندیم ← مقاومت ها باهم موازی خواهند بود و اختلاف پتانسیل شان باهم برابر می شود.

$$\text{ج) اگر } \frac{V_2}{V_1} \text{ برابر با } \frac{\lambda}{q} \text{ باشد} \leftarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{\lambda}{q}$$

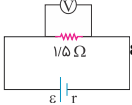
د) مقاومت درونی باتری چند اهم است؟ ← $r = ?$

گام دوم

باید اختلاف پتانسیل ها را در هر دو حالت محاسبه کرده تا با استفاده از نسبت $\frac{V_2}{V_1} = \frac{\lambda}{q}$ و r را به دست بیاوریم:

حالت اول) کلید باز:

با استفاده از قاعده حلقه، جریان را به دست آورده و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت را محاسبه می کنیم:

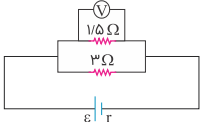


$$\varepsilon - Ir - I(1/\Omega) = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{1/\Omega + r}$$

$$\begin{cases} V_1 = RI \\ R = 1/\Omega \\ I = \frac{\varepsilon}{1/\Omega + r} \end{cases} \Rightarrow V_1 = \frac{1/\Omega \varepsilon}{1/\Omega + r}$$

حالت دوم) کلید بسته:

مقاومت ها به صورت موازی هستند، بنابراین مقاومت معادل آن ها برابر است با:



$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{1/\Omega} + \frac{1}{3} \Rightarrow R_T = 1\Omega$$

حال با استفاده از قاعده حلقه می توانیم جریان کل را به دست بیاوریم:

$$\varepsilon - Ir - IR_T = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r + 1}$$

در نتیجه اختلاف پتانسیل در حالت دوم را به دست آورده و در نهایت r را محاسبه می کنیم:

$$\begin{cases} V_2 = R_T I \\ R_T = 1\Omega \\ I = \frac{\varepsilon}{r + 1} \end{cases} \Rightarrow V_2 = \frac{\varepsilon}{r + 1}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\lambda}{q} \Rightarrow \frac{\frac{\varepsilon}{r+1}}{\frac{1/\Omega \varepsilon}{1/\Omega + r}} = \frac{\lambda}{q} \Rightarrow \frac{1/\Omega + r}{1/\Omega + 1/\Omega r} = \frac{\lambda}{q} \Rightarrow 12 + 12r = 9r + 13/\Omega \Rightarrow r = 0/\Omega$$

گام اول: چون $\frac{1}{f}$ سیم را نگه داشته ایم، حجم سیم باقی مانده با هر تغییری در ابعاد، $\frac{1}{f}$ حجم سیم اولیه خواهد بود. طبق گفته تست در نهایت طول سیم باقی مانده برابر با طول سیم اولیه است و می دانیم که حجم آن $\frac{1}{f}$ حجم سیم اولیه است؛ بنابراین نسبت سطح مقطع سیم پس از دو تغییر متوالی به سطح مقطع اولیه سیم برابر است با:

$$V_2 = \frac{1}{f} V_1 \Rightarrow A_2 L_2 = \frac{1}{f} A_1 L_1 \xrightarrow{L_1 = L_2} A_2 = \frac{1}{f} A_1$$

گام دوم: حالا با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ به صورت نسبتی، مقاومت سیم پس از دو تغییر را به دست می آوریم:

$$\frac{R'}{R} = \frac{\rho'}{\rho} \times \frac{L'}{L} \times \frac{A}{A'} \Rightarrow \frac{R'}{R} = 1 \times 1 \times \frac{f}{1} \Rightarrow R' = 24\Omega$$

توجه کنید که رابطه را به صورت مستقیم بین مقاومت اولیه و مقاومت نهایی سیم نوشته ایم.

گام اول

الف) روی یک لامپ اعداد ۱۰۰ وات و ۲۰۰ ولت نوشته شده ← $V_1 = 200V$, $P_1 = 100W$
 ب) اگر به علت افت ولتاژ، توان مصرفی لامپ ۱۹ درصد کاهش پیدا کند ← $P_2 = 100 - 19 = 81W$
 ج) افت ولتاژ چند ولت خواهد بود؟ ← $\Delta V = ?$

گام دوم

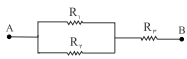
با استفاده از رابطهٔ توان مصرفی $P = \frac{V^2}{R}$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\frac{P_2}{P_1} &= \frac{\frac{V_2^2}{R}}{\frac{V_1^2}{R}} \Rightarrow \frac{81}{100} = \left(\frac{V_2}{200}\right)^2 \\ \Rightarrow \frac{9}{10} &= \frac{V_2}{200} \Rightarrow V_2 = 180V \\ \Delta V &= 180 - 200 = -20V\end{aligned}$$

علامت منفی نشان‌دهندهٔ افت ولتاژ است.

گزینه ۱

ابتدا باید مقاومت معادل بین نقاط A و B را به دست بیاوریم و برابر با R_1 قرار دهیم.
 مقاومت R_1 و R_2 باهم موازی هستند بنابراین:




$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

حال دو مقاومت داریم که به صورت متوالی بسته شده‌اند؛ ازطرفی

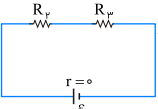
$$R_{AB} = R_1$$

است، بنابراین R_3 برابر است با:



$$\begin{cases} R_{AB} = R + R_3 \\ R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \\ R_{AB} = R_1 \end{cases} \Rightarrow R_1 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 \Rightarrow R_3 = R_1 - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1^2}{(R_1 + R_2)}$$

حالت اول) قبل از اینکه کلید بسته شود مقاومت‌های $R_۳$, $R_۲$ با هم سری هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:



$$\left\{ \begin{array}{l} R_{۲,۳} = R_۲ + R_۳ \\ R_۲ = R_۳ = R \end{array} \right. \Rightarrow R_{۲,۳} = ۲R$$

جریان مدار طبق قاعدهٔ حلقه، برابر است با:

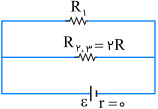
$$\varepsilon - I_۱ R_{۲,۳} = 0 \Rightarrow I_۱ = \frac{\varepsilon}{R_{۲,۳}}$$

بنابراین توان مدار در این حالت برابر است با:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_۱ = R_{۲,۳} I_۱^۲ \\ I_۱ = \frac{\varepsilon}{R_{۲,۳}} \\ R_{۲,۳} = ۲R \end{array} \right. \Rightarrow P_۱ = R_{۲,۳} \left(\frac{\varepsilon}{R_{۲,۳}} \right)^۲ = \frac{\varepsilon^۲}{۲R}$$

حالت دوم) پس از بسته شدن کلید:

مقاومت $R_۱$ با مقاومت معادل $R_{۲,۳}$ موازی هستند.



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{R_T} + \frac{1}{R_۱} + \frac{1}{R_{۲,۳}} \\ R_{۲,۳} = ۲R \\ R_۱ = R \end{array} \right. \Rightarrow R_T = \frac{۲R \times R}{۳R} = \frac{۲}{۳}R$$

بنابراین جریان مدار در این حالت برابر است با:

$$\varepsilon - I_۲ R_T = 0 \Rightarrow I_۲ = \frac{\varepsilon}{R_T} \Rightarrow I_۲ = \frac{۳}{۲} \frac{\varepsilon}{R}$$

توان مدار در این حالت برابر است با:

$$P_۲ = R_T I_۲^۲ \Rightarrow P_۲ = \frac{۲}{۳} R \times \left(\frac{۳}{۲} \frac{\varepsilon}{R} \right)^۲ = \frac{۳}{۲} \frac{\varepsilon^۲}{R}$$

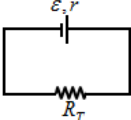
درنتیجه نسبت توان در دو حالت برابر است با:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_۲ = \frac{۳\varepsilon^۲}{۲R} \\ P_۱ = \frac{\varepsilon^۲}{۲R} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{P_۲}{P_۱} = \frac{\frac{۳\varepsilon^۲}{۲R}}{\frac{\varepsilon^۲}{۲R}} = ۳$$

مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ با هم موازی‌اند؛ بنابراین:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_۱} + \frac{1}{R_۲} \Rightarrow R_T = \frac{R_۱ R_۲}{R_۱ + R_۲} = \frac{R_۱}{1 + \frac{R_۱}{R_۲}}$$

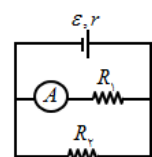
بنابراین با کاهش $R_۲$ ، نسبت $\frac{R_۱}{R_۲}$ افزایش و مقدار R_T کاهش می‌یابد. با استفاده از قاعدهٔ حلقه، جریان کل را به دست می‌آوریم:



$$\varepsilon - Ir - IR_T = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_T + r}$$

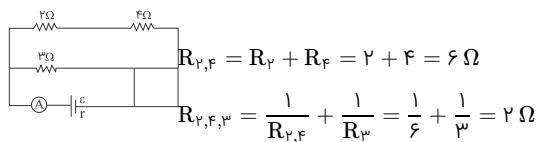
با کاهش R_T ، جریان کل افزایش می‌یابد.

اختلاف پتانسیل $R_۱$ و $R_۲$ برابر $V = \varepsilon - Ir$ است. پس با افزایش I ، اختلاف پتانسیل کاهش پیدا می‌کند. باتوجه به $I_۱ = \frac{V}{R_۱}$ ، با کاهش V ، نیز کاهش می‌یابد.



در حالت اول، وقتی که کلید به A وصل می‌شود، مدار به شکل زیر در می‌آید:

مقاومت‌های ۴ و ۲ اهمی موازی می‌شوند و با مقاومت ۳ اهمی متوالی می‌شوند:

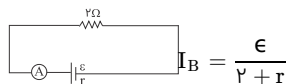


جریان عبوری از مدار در این حالت:

$$I_A = \frac{\epsilon}{2 + r}$$

در حالت دوم، با اتصال کلید به B، مطابق شکل زیر، مقاومت ۴ اهمی از مدار خارج می‌شود و مقاومت ۲ اهمی در مدار باقی می‌ماند.

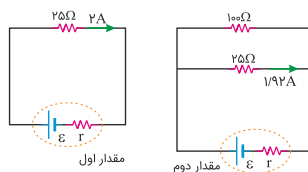
جریان عبوری از مدار در این حالت:



به این ترتیب:

$$\frac{I_A}{I_B} = 1$$

برای هر دو حالت مدار رسم می‌کنیم:



در مدار اول: توان خروجی باتری برابر با توان مصرفی مقاومت 25Ω است:

$$P_1 = RI^2 = 25 \times 4 = 100W$$

در مدار دوم: ابتدا جریان گذرنده از مقاومت 100Ω را به دست می‌آوریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow I_2 = 1/92 \times \frac{25}{100} = 0/48$$

سپس مقاومت معادل مقاومت‌های 25Ω و 100Ω و جریان گذرنده از مقاومت معادل را محاسبه می‌کنیم:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{100 \times 25}{125} = 20\Omega$$

$$I_{eq} = I_1 + I_2 = 1/92 + 0/48 = 2/4 A$$

حالا توان مصرفی مقاومت معادل که برابر با توان خروجی باتری است را به دست می‌آوریم:

$$P_2 = R_{eq} I_{eq}^2 \Rightarrow P_2 = 20 \times 2/4^2 = 115/2 W$$

توان خروجی در مدار دوم $15/2W$ بیشتر است.

$$V_A - Ir_1 + \varepsilon = V_B$$

$$\varepsilon = Ir_1 \quad (۱)$$

$$V_B + \varepsilon - Ir_2 - I \frac{R}{2} = V_A$$

$$\varepsilon = Ir_2 + \frac{1}{2}IR \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow Ir_2 + \frac{1}{2}IR = Ir_1$$

$$\frac{1}{2}R = r_1 - r_2 \Rightarrow R = 2(r_1 - r_2)$$

کلید سمت هرکدام از حالت های ۱ و ۲ قرار گیرد جریان آمپرسنج تغییر نمی‌کند ← ثابت $I =$ و نیز باتوجه‌به اینکه ولتاژ مدار نیز در هر دو حالت ثابت است پس طبق قانون اهم مقاومت‌های معادل نیز باید در هر دو حالت برابر باشد ($R_{T_1} = R_{T_2}$).

مقاومت معادل در حالت اول برابر است با:

$$\frac{1}{R_{T_1}} = \frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_{T_1} = \frac{\varepsilon R}{\varepsilon + R}$$

در حالت دوم نیز فقط مقاومت 4Ω در مدار است؛ بنابراین:

در نتیجه R برابر است با:

$$R_{T_1} = R_{T_2} \Rightarrow \frac{\varepsilon R}{\varepsilon + R} = 4 \Rightarrow 3R = 12 + 2R \Rightarrow R = 12\Omega$$

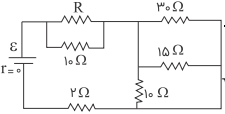
با افزایش مقدار یک مقاومت جریان کلی مدار (جریان عبوری از باتری) کاهش می‌یابد.

$$V = \varepsilon - rI \xrightarrow{I \downarrow} V \uparrow$$

همچنین ولتاژ دو سر آن مقاومتی که افزایش یافته نیز افزایش می‌یابد.

$$I \downarrow \Rightarrow R \uparrow \Rightarrow \text{عدد آمپرسنج} \downarrow$$

مقاومت R با 10Ω موازی است و سمت راست مقاومت‌های 3Ω و 15Ω و 10Ω نیز باهم موازی‌اند و کل آن‌ها با 2Ω متوالی هستند.

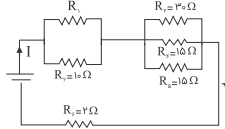


$$\frac{1}{R_{3,15,10}} = \frac{1}{30} + \frac{1}{15} + \frac{1}{10} = \frac{1+2+3}{30} = \frac{6}{30} \Rightarrow R_{3,15,10} = 5\Omega$$

$$V_{\Delta} = 30V \Rightarrow V_{3,15,10} = 30V$$

$$V_{3,15,10} = I_{3,15,10} \times R_{3,15,10} \Rightarrow 30 = I_{3,15,10} \times 5 \Rightarrow I_{3,15,10} = 6A$$

بنابراین $I_{1,2}$ نیز $6A$ است.



$$V_2 = 30V \Rightarrow V_{1,2} = 30V \Rightarrow V_{12} = I_{1,2}R_{12} \Rightarrow 30 = 6R_{12} \Rightarrow R_{1,2} = 5\Omega$$

$$R_T = R_{12} + R_{3,15,10} + R_{\varepsilon} = 5 + 5 + 2 = 12\Omega$$

$$V = (R + R_A)I \Rightarrow 12 = (R + 5) \times 1 \Rightarrow R = 115\Omega$$

$$P = RI^2 = 115(0/1)^2 = 1/15W$$

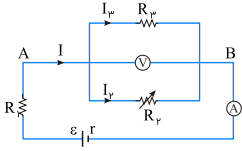
با افزایش مقاومت R_2 ، مقاومت معادل کل مدار افزایش می‌یابد. از طرفی نیروی محرکه مولد ثابت است؛ پس جریان الکتریکی کل مدار (I) کاهش می‌یابد. باتوجه به شکل، R_3 و R_2 و ولت‌سنج با یکدیگر موازی هستند؛ لذا اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها باهم برابر است:

$$V_3 = V_2 = V_{\text{ولت‌سنج}} \quad (1)$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_3 را محاسبه می‌کنیم:

$$V_3 = \varepsilon - rI - R_1 I \quad (2)$$

از رابطه (۲) داریم: جریان الکتریکی کل I کاهش می‌یابد و مقادیر ε و r و R_1 ثابت هستند، لذا V_3 افزایش می‌یابد؛ و در نتیجه طبق رابطه (۱) اختلاف پتانسیلی که ولت‌سنج نشان می‌دهد نیز افزایش می‌یابد.



$$\frac{U_1 t}{U_2 t} = 3 \xrightarrow{P = \frac{U}{t}} \frac{P R_1}{P R_2} = 3 \xrightarrow{P = RI^2} \frac{R_1 I_1^2}{R_2 I_2^2} = 3 \quad (1)$$

$$\begin{cases} I_2 + I_3 = I_1 \\ I_2 R_2 = I_3 R_3 \end{cases} \Rightarrow I_2 + \frac{I_2 R_2}{R_3} = I_1 \Rightarrow I_2 = \frac{I_1}{(1 + \frac{R_2}{R_3})} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{(12 + R_2)^2}{3 \times 18 R_2} = 1 \quad (*)$$

تمام گزینه‌ها را در رابطه * امتحان می‌کنیم:

$$\text{گزینه ۱: } \frac{(12 + 9)^2}{3 \times 18 \times 9} \neq 1$$

$$\text{گزینه ۲: } \frac{(12 + 12)^2}{3 \times 18 \times 12} \neq 1$$

$$\text{گزینه ۳: } \frac{(12 + 15)^2}{3 \times 18 \times 15} \neq 1$$

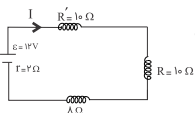
$$\text{گزینه ۴: } \frac{(12 + 24)^2}{3 \times 18 \times 24} = 1$$

پس گزینه "۴" صحیح است.

برای محاسبه جریان I باید مقاومت معادل را به دست بیاوریم. مقاومت‌های R_1 ، R_2 و همچنین R_3 ، R_4 ، R_5 باهم موازی هستند بنابراین مقاومت‌های معادل هرکدام برابر است با:

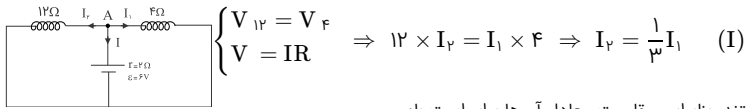
$$\begin{aligned} R' &= \frac{1}{\frac{1}{20} + \frac{1}{20}} \Rightarrow R' = 10 \Omega \\ R &= \frac{1}{\frac{1}{60} + \frac{1}{30} + \frac{1}{20}} \Rightarrow R = 10 \Omega \end{aligned}$$

بنابراین مدارمان به صورت زیر درمی‌آید. با استفاده از قانون حلقه می‌توانیم I را محاسبه کنیم:



$$\varepsilon - Ir - IR' - IR - I \times 10 \Rightarrow 12 = I \times 30 \Rightarrow I = \frac{12}{30} = 0.4 \text{ A}$$

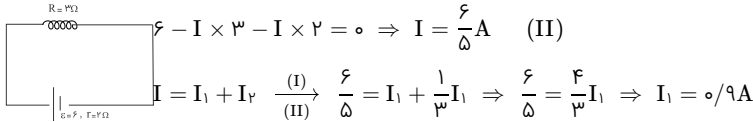
باتوجه به اینکه مقاومت‌های ۴ و ۱۲ اهمی به‌طور موازی متصل شده‌اند ($V_{12} = V_4$) و با استفاده از قانون گره در نقطه A می‌توانیم جریان I_2 را به دست بیاوریم:



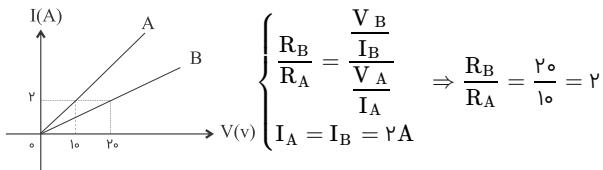
قبل از استفاده از قانون گره باید جریان کل را بیابیم. مقاومت‌های ۱۲ و ۴ اهمی باهم موازی هستند، بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} \Rightarrow R = 3\Omega$$

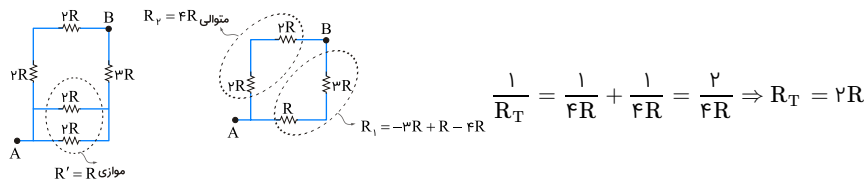
حالا که یک حلقه داریم با استفاده از قاعده حلقه جریان I را به دست آورده و در نهایت به کمک قانون گره می‌توانیم جریان I_1 را محاسبه کنیم:



باتوجه به نمودار، به ازای جریان ۲ آمپر، مقدار ولتاژ دو مقاومت A و B به ترتیب برابر ۱۰ و ۲۰ ولت است. بنابراین کافی است از رابطه $R = \frac{V}{I}$ استفاده کنیم:



درنهایت R_1 با R_2 موازی‌اند، داریم:



بااستفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ داریم:

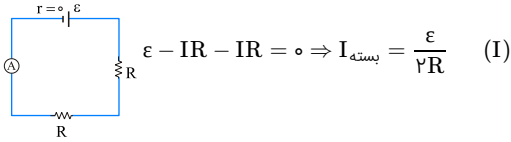
$$\begin{cases} R = \rho \frac{L}{A} \\ A = (2L, 1/\omega\rho, A) \\ B = (L, \frac{1}{2}\rho, A) \\ C = (L, \rho, A) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_A = \frac{2}{2} \times \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{A} \\ R_B = \frac{1}{2} \rho \frac{L}{A} \Rightarrow 2R_B = \rho \frac{L}{A} \\ R_C = \rho \frac{L}{A} \end{cases}$$

بنابراین داریم:

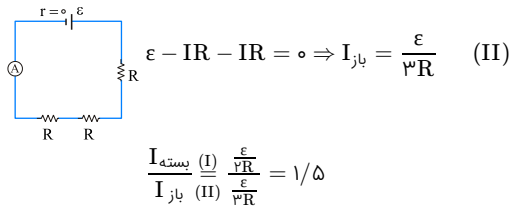
$$\begin{cases} R_C = \rho \frac{L}{A} \\ R_A = 2\rho \frac{L}{A} \end{cases} \Rightarrow R_A = 2R_C$$

$$\begin{cases} 2R_B = \rho \frac{L}{A} \\ R_C = \rho \frac{L}{A} \end{cases} \Rightarrow 2R_B = R_C$$

وقتی کلید بسته است، مقاومت R از مدار خارج می‌شود، پس باید جریان را در هر حالت محاسبه کنیم تا نسبت آن‌ها را به دست بیاوریم. حالت اول کلید بسته است؛ پس مدار به صورت زیر درمی‌آید. با استفاده از قاعدهٔ حلقه، جریان مدار را به دست می‌آوریم:



حالت دوم کلید باز است؛ درنتیجه داریم:



حال می‌توانیم نسبت جریان‌ها را به دست آوریم:

گام اول

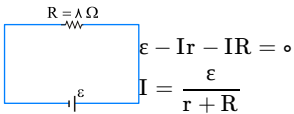
الف) وقتی مقاومت رئوستا برابر 8 اهم است توان مفید مولد P_1 است $R_1 = 8\Omega$

ب) مقاومت رئوستا را به چند اهم برسانیم $R_2 = ?\Omega$

ج) توان مفید مولد دوباره برابر P_1 شود $P_2 = P_1$

گام دوم

توان مفید مولد برابر است با $P = R_T I^2$ که در آن I برابر است با:



بنابراین توان مولد برابر است با $P = R \left(\frac{\varepsilon}{r + R} \right)^2$ ، حالا باتوجه به اینکه $P_1 = P_2$ است، داریم:

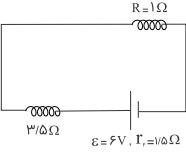
$$R_1 \left(\frac{\varepsilon}{r + R_1} \right)^2 = R_2 \left(\frac{\varepsilon}{r + R_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{8}{(r + 8)^2} = \frac{R_2}{(r + R_2)^2} \Rightarrow 18R_2 = R_2^2 + 8R_2 + 16$$

$$R_2 - 10R_2 + 16 = 0 \Rightarrow R_2 = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 64}}{2} = \frac{10 \pm 6}{2} = \begin{cases} R_2 = 8\Omega \\ R_2 = 2\Omega \end{cases} \text{ صحیح است}$$

ابتدا جریان کل را به دست می‌آوریم سپس با استفاده از اینکه مقاومت ۳ اهمی و ۱/۵ اهمی با هم موازی هستند ($V_3 = V_{1/5}$) جریان I_1 را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{3} + \frac{1}{1/5} \Rightarrow R = 1\Omega$$

حالا می‌توانیم با استفاده از قانون حلقه جریان کل را بیابیم:



$$\begin{cases} \varepsilon - Ir_p - IR - I \times (3/5) = 0 \\ \varepsilon = 6V \\ r_p = 1/5\Omega \\ R = 1\Omega \end{cases} \Rightarrow 6 - 1/5 \times I - I - 3/5 \times I = 0 \Rightarrow I = 1A$$

باتوجه به قانون گره در نقطه A و اینکه $V_{1/5} = V_3$ است، جریان I_1 را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} V_{1/5} = V_3 \\ V = RI \end{cases} \Rightarrow I_1 \times 1/5 = I_p \times 3 \Rightarrow I_p = \frac{1}{3}I_1$$

$$\begin{cases} I = I_1 + I_p \\ I_p = \frac{1}{3}I_1 \\ I = 1A \end{cases} \Rightarrow 1 = I_1 + \frac{1}{3}I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{3}{4}A$$

گام اول

الف) ۳ مقاومت الکتریکی مشابه را به‌طور متوالی می‌بندیم. $R_1 = R_p = R_3 = R \Rightarrow R_{T_1} = R_1 + R_p + R_3 = 3R \leftarrow$

ب) توان مصرفی کل مدار ۹۰ وات می‌شود. $P_1 = 90W \leftarrow$

ج) همان مقاومت‌ها را به‌طور موازی به همان اختلاف پتانسیل وصل می‌کنیم. $\frac{1}{R_{T_p}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R}, V_1 = V_p = V \leftarrow$

د) توان کل مدار چند وات می‌شود؟ $P_p = ?W \leftarrow$

گام دوم

باتوجه به حالت اول اختلاف پتانسیل (V) را به دست می‌آوریم و در حالت دوم از آن استفاده می‌کنیم:

$$P_1 = \frac{V^2}{R_{T_1}} \Rightarrow 90 = \frac{V^2}{3R} \Rightarrow V^2 = 270R$$

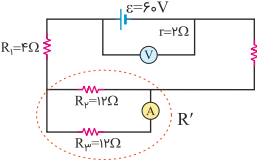
$$P_p = \frac{V^2}{R_{T_p}} = \frac{270R}{\frac{R}{3}} = 110W$$

$$P = \frac{\varepsilon^2}{R_{eq}}$$

$$\frac{P_p}{P_1} = \frac{R_1}{R_p} = \frac{\frac{12 \times 6}{12 + 6}}{\frac{12 \times 6}{12 + 6} + 8} = \frac{1}{3}$$

در نگاه اول متوجه می‌شویم که مقاومت R_F دچار اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.

ابتدا مقاومت کل مدار و جریان کل را محاسبه می‌کنیم:



$$R' = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{12 \times 12}{12 + 12} = 6 \Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R' + R_\delta = 4 + 6 + 8 = 18 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{60}{18 + 2} = 3 \text{ A}$$

چون ولت‌سنج به دو سر باتری متصل است عددی که نشان می‌دهد را از رابطه $V = \varepsilon - Ir$ به دست می‌آوریم:

$$V = \varepsilon - Ir = 60 - 3 \times 2 = 54 \text{ V}$$

مقاومت‌های R_2 و R_3 هم‌اندازه و موازی‌اند؛ پس جریان به نسبت مساوی بین آن‌ها تقسیم می‌شود، پس آمپرسنج عدد $\frac{3}{2} \text{ A}$ را نشان می‌دهد.

هنگامی که لغزنده رُئوس‌تا از نقطه A به نقطه B برده می‌شود، مقاومت کل مدار افزایش می‌یابد؛ بنابراین جریان شاخه اصلی کاهش می‌یابد بنابراین:

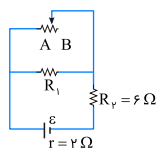
$$I_{R_2} \downarrow \Rightarrow V_{R_2} \downarrow \Rightarrow \text{مقاومت کاهش می‌یابد}$$

همچنین جریان عبوری از مقاومت درونی (مولد) نیز کاهش می‌یابد؛ بنابراین ولتاژ خروجی مولد افزایش می‌یابد: $I_r \downarrow \Rightarrow V_{\text{مولد}} \uparrow$

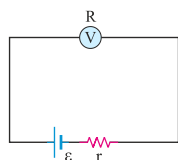
درنتیجه ولتاژ دو سر مقاومت R_1 و شاخه بالایی افزایش می‌یابد؛ که درنتیجه جریان عبوری از مقاومت R_1 و به تبع آن توان مصرفی این مقاومت افزایش می‌یابد:

$$V_{R_1} \uparrow \Rightarrow I_{R_1} \uparrow \xrightarrow{P_{R_1} = R_1 I_1} P_{R_1} \uparrow$$

باتوجه به اینکه بیشترین توان خروجی مولد وقتی رخ می‌دهد که $r = R_T$ باشد (که با توجه به شکل $r = 2$ است یعنی بیشینه توان خروجی مولد به ازای $R_T = 2$ رخ می‌دهد) و هر چه مقدار R_T از مقدار r فاصله بگیرد، توان خروجی مولد کمتر است. با این توضیح و با توجه به اینکه با انتقال لغزنده از نقطه A به نقطه B، R_T زیاد می‌شود (از $R_2 = 6 \Omega$ هم که قطعاً بیشتر است) و فاصله آن از r بیشتر شده، توان خروجی مولد کاهش می‌یابد.



گام اول: جریان را در جدار تک‌حلقه‌ای که ایجاد شده محاسبه می‌کنیم:



$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{6}{3 + 60 \times 10^3}$$

گام دوم: چون مرتبه بزرگی جریان را باید محاسبه کنیم می‌توانیم از 3Ω صرف‌نظر کنیم:

$$I = \frac{6}{60 \times 10^3} = 10^{-4} \text{ A}$$

گام سوم: از رابطه $I = \frac{q}{t} = \frac{ne}{t}$ تعداد الکترون‌های عبوری را در مدت زمان 6 s به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{ne}{t} \Rightarrow n = \frac{It}{e} \Rightarrow n = \frac{10^{-4} \times 6}{1.6 \times 10^{-19}} = \frac{3}{0.8} \times 10^{+16}$$

است، پس به جای آن ۱ قرار می‌دهیم؛ بنابراین مرتبه بزرگی تعداد الکترون‌ها 10^{16} است.

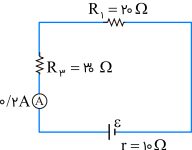
وقتی باتری به مدار وصل نیست، ولت‌سنج نیروی محرکهٔ آن را نشان می‌دهد.

$$V = \varepsilon = 12 \text{ V}$$

$$V = IR = \frac{\varepsilon}{R + r} R \Rightarrow 9/6 = \frac{12}{\lambda + r} \times \lambda \Rightarrow \lambda + r = 10 \Rightarrow r = 2 \Omega$$

حالت اول) K_1 و K_2 باز هستند:

طبق قاعده حلقه (قانون ولتاژ کیرشهف) داریم:

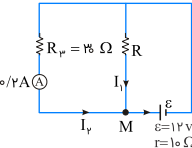


$$\varepsilon - Ir - IR_1 - IR_p = 0 \Rightarrow \varepsilon = I(r + R_1 + R_p) \Rightarrow \varepsilon = 0.2(10 + 20 + 30) \Rightarrow \varepsilon = 12 \text{ V}$$

حالت دوم) K_1 و K_2 بسته هستند. با بسته شدن کلید K_1 ، مقاومت 20Ω اهمی اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. مقاومت R و R_p و مولد باهم موازی هستند پس:

$$V_{R_p} = V_R = V_\varepsilon$$

با استفاده از قانون اهم V_{R_p} برابر است با:



$$V_{R_p} = R_p I_p \Rightarrow V_{R_p} = 0.2 \times 30 = 6 \text{ V}$$

جریان کل برابر است با:

$$\begin{cases} V_{R_p} = V_\varepsilon \\ V_\varepsilon = \varepsilon - Ir \end{cases} \Rightarrow V_{R_p} = \varepsilon - Ir \Rightarrow 6 = 12 - I \times 10 \Rightarrow I = 0.6 \text{ A}$$

با استفاده از قانون گره در نقطهٔ M داریم:

$$\begin{cases} I = I_1 + I_p \\ I = 0.6 \text{ A} \\ I_p = 0.2 \text{ A} \end{cases} \Rightarrow 0.6 = I_1 + 0.2 \Rightarrow I_1 = 0.4 \text{ A}$$

بنابراین R برابر است با:

$$\begin{cases} V_R = V_{R_p} \\ V_R = I_1 R \end{cases} \Rightarrow I_1 R = V_{R_p} \Rightarrow 0.4 \times R = 6 \Rightarrow R = 15 \Omega$$

در حالت دوم، مقاومت مدار افزایش می‌یابد ($R_{T'} > R_T$).

$$\begin{cases} I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} \\ R_{T'} > R_T \end{cases} \Rightarrow I' < I$$

اختلاف پتانسیلی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، برابر است با:

$$\begin{cases} V = \varepsilon - Ir \\ I > I' \end{cases} \Rightarrow V' > V$$

بنابراین جریان کاهش و اختلاف پتانسیل دو سر مولد افزایش خواهد یافت.

انرژی پتانسیل بار الکتریکی $q = -2\mu\text{C}$ از نقطه A تا B چند میکروژول تغییر می‌کند؟ $\Delta U_{AB} = ?\mu\text{J} \leftarrow$

برای به دست آوردن تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی، از رابطه $\Delta U_{AB} = q\Delta V_{AB}$ استفاده می‌کنیم. بنابراین قبل از آن باید ΔV_{AB} را به دست بیاوریم:
برای محاسبه ΔV_{AB} ابتدا باید I را بیابیم:

$$\begin{cases} I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R_1 + r_2 + R_2 + r_1} \\ \varepsilon_1 = 18V \\ \varepsilon_2 = 2V, \quad r_2 = 1\Omega \\ R_1 = 4\Omega \\ R_2 = 3\Omega \end{cases} \Rightarrow I = \frac{18 + 2}{4 + 3 + 1} = \frac{20}{8} = 2.5A$$

$$V_A + \varepsilon_1 - IR_1 = V_B \Rightarrow V_B - V_A = \varepsilon_1 - IR_1 \Rightarrow \Delta V_{AB} = 18 - 2/5 \times 4 = 8V$$

در نتیجه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی برای q برابر است با:

$$\Delta U_{AB} = q\Delta V_{AB} = -2\mu \times 8 = -16\mu\text{J}$$

مطابق شکل، جریان I' را به دو روش می‌توان در نظر گرفت:

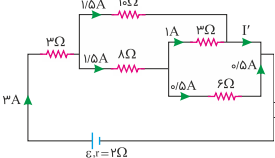
الف: مجموع جریان I' و جریان گذرنده از مقاومت ۶ اهمی برابر با جریان کل است که به باتری می‌رود.

ب: جریان I' مجموع جریان گذرنده از مقاومت ۱۰ اهمی و مقاومت ۳ اهمی (داخل شاخه) است.

بنابراین کافی است جریان کل مدار و جریان گذرنده از مقاومت‌ها را محاسبه کنیم.

ابتدا مدار را ساده می‌کنیم:

مقاومت معادل و جریان مدار را محاسبه می‌کنیم:



$$\frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2\Omega \Rightarrow 2 + 8 = 10\Omega \Rightarrow \frac{10 \times 10}{10 + 10} = 5\Omega$$

$$R_{eq} = 5 + 3 = 8\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{20}{8 + 3} = 2A$$

جریان ۳ A بعد از عبور از مقاومت ۳ اهمی سمت چپ، بین دو شاخه به تساوی تقسیم می‌شود: $\frac{3A}{2} = 1.5A$

جریان ۱.۵ A بین مقاومت‌های ۳ و ۶ اهمی موازی، تقسیم می‌شود، طوری‌که ۱ A از ۳ اهمی و ۰.۵ A از ۶ اهمی می‌گذرد.
حال از روش (الف) داریم:

$$I' = I_{10\Omega} + I_{3\Omega} = 1/5 + 1 = 2/5 A$$

و یا از روش (ب) نیز داریم:

$$I' + I_6 = I \Rightarrow I' + 0.5/5 = 2 \Rightarrow I' = 2/5 A$$

حالت اول) کلید باز:

در این حالت مقاومت‌های R_1 و R_2 به صورت سری بسته شده‌اند و اختلاف پتانسیل بین دو سر مقاومت‌ها برابر با V است؛ بنابراین:

$$V = IR_1 + IR_2 \Rightarrow I = \frac{V}{12 + 4} = \frac{V}{16} \quad (I)$$

حالت دوم) کلید بسته:

مقاومت‌های R_2 و R_3 با مقاومت‌های R_1 , R_4 دوه‌دو باهم مساوی هستند بنابراین مقاومت معادل آن‌ها نیز باهم برابر است. پس می‌توانیم بگوییم که اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های R_2 , R_3 و همچنین R_1 و R_4 باهم برابر هستند:

$$\begin{cases} V = V_1 + V_2 \\ V_1 = V_2 \end{cases} \Rightarrow V = 2V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{V}{2}$$

حال می‌توانیم جریان عبوری از مقاومت R_1 ، (I') را به دست آورده و در نهایت نسبت $\frac{I'}{I}$ را محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} V_1 = R_1 I' \\ V_1 = \frac{V}{2} \\ R_1 = 4\Omega \end{cases} \Rightarrow \frac{V}{2} = 4 \times I' \Rightarrow I' = \frac{V}{8} \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I)} \frac{I'}{I} = \frac{\frac{V}{8}}{\frac{V}{16}} = 2$$

حالت اول) یکی از کلیدها باز و دیگری بسته است:

با استفاده از قاعده حلقه ابتدا جریان را به دست آورده و سپس به کمک اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R ، R را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} V = IR \\ \varepsilon = 4V \\ V = 3V \end{cases} \Rightarrow V = \frac{\varepsilon R}{r + R} \Rightarrow 3 = \frac{4R}{r + R} \Rightarrow R = 3r$$

حالت دوم) هر دو کلید بسته است:

ابتدا مقاومت معادل را حساب کرده، سپس با استفاده از قاعده حلقه، جریان I_2 را به دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_T = \frac{R}{2} \Rightarrow R_T = \frac{3}{2}r$$

$$\varepsilon - I'r - I'R_T = 0 \Rightarrow I' = \frac{\varepsilon}{r + \frac{3}{2}r} = \frac{2\varepsilon}{5r}$$

در نهایت اختلاف پتانسیل در حالت دوم برابر است با:

$$V_2 = R_T I' = \frac{3r}{2} \times \frac{2\varepsilon}{5r} = \frac{3}{5} \times 4 = 2.4V$$

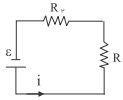
با باز کردن کلید k مقاومت R_2 از مدار حذف می‌شود و مقاومت معادل افزایش می‌یابد؛
مقاومت معادل در حالت اول:

$$R_{T_1} = R_3 + R_1 \times \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right)$$

مقاومت معادل در حالت دوم:

$$R_{T_2} = R_3 + R_1$$

ارزنجایی که $\frac{R_2}{R_1 + R_2}$ عددی است بین ۰ و ۱، در هر عدد مثبت ضرب شود آن عدد کوچک می‌شود، بنابراین $R_{T_1} < R_{T_2}$ است. با افزایش i کاهش می‌یابد (زیرا، $i = \frac{\varepsilon}{r + R_T}$).
حال قانون کیرشهف را برای مدار می‌نویسیم:



$$\varepsilon - V_1 - iR_3 = 0 \Rightarrow V_1 = \varepsilon - iR_3$$

i کاهش یافته، بنابراین V_1 افزایش می‌یابد. طبق قانون اهم ($R_1 = \frac{V_1}{i_1}$)، با افزایش V_1 ، i_1 کاهش می‌یابد.

جریان مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R + r_1 + r_2} \xrightarrow{R = r_2 - r_1, \varepsilon_1 = \varepsilon_2} I = \frac{2\varepsilon_2}{r_2 - r_1 + r_1 + r_2} = \frac{2\varepsilon_2}{2r_2} = \frac{\varepsilon_2}{r_2}$$

حال اختلاف پتانسیل بین نقاط را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta V_{AB} : V_B - Ir_1 + \varepsilon_1 = V_A$$

$$\Rightarrow \Delta V_{AB} = \varepsilon_1 - Ir_1 = \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1}{r_2} r_1 = 0$$

گزینه ۱ و ۴ غلط است.

$$\Delta V_{AC} : V_C - Ir_2 + \varepsilon_2 - Ir_1 + \varepsilon_1 = V_A$$

$$\Rightarrow \Delta V_{AC} = 2\varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1}{r_2} (r_1 + r_2) = 0$$

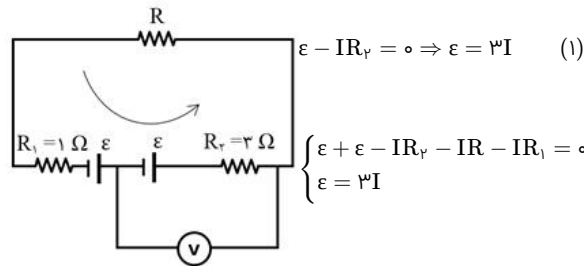
گزینه ۲ غلط است.

$$\Delta V_{BC} : V_C - Ir_2 + \varepsilon_2 = V_B$$

$$\Rightarrow \Delta V_{BC} = \varepsilon_2 - Ir_2 = \varepsilon_2 - \frac{\varepsilon_2}{r_2} r_2 = 0$$

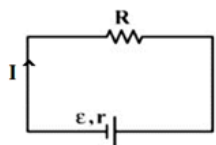
گزینه ۳ صحیح است.

ولت‌سنج، صفر ولت را نشان می‌دهد، بنابراین:



با استفاده از قاعدهٔ حلقه، R را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \varepsilon + \varepsilon - IR_2 - IR - IR_1 = 0 \\ \varepsilon = 2I \end{cases} \Rightarrow 2I + 2I - I(1 + 2) = IR \Rightarrow 2I = IR \Rightarrow R = 2 \Omega$$



$$R_1 : P_1 = R_1 I_1^2 \\ R_2 : P_2 = R_2 I_2^2 \Rightarrow P_1 = P_2$$

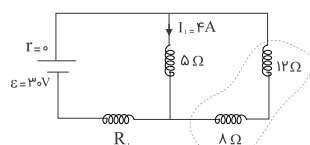
$$\Rightarrow R_1 I_1^2 = R_2 I_2^2 \Rightarrow R_1 \left(\frac{\varepsilon}{R_1 + r} \right)^2 = R_2 \left(\frac{\varepsilon}{R_2 + r} \right)^2 \\ \Rightarrow \frac{R_2 + r}{R_1 + r} = \frac{\sqrt{R_2}}{\sqrt{R_1}} \xrightarrow{\text{تفصیل نسبت در صورت}} \frac{R_2 + r - R_1 - r}{R_1 + r} = \frac{\sqrt{R_2} - \sqrt{R_1}}{\sqrt{R_1}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{R_1}(R_2 - R_1) = (R_1 + r)(\sqrt{R_2} - \sqrt{R_1})$$

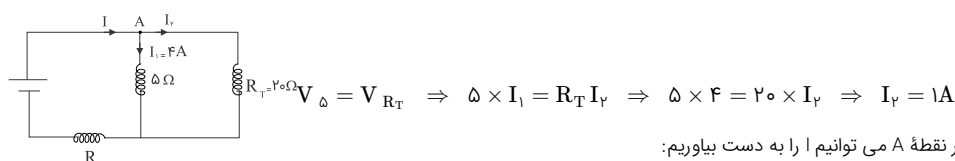
$$\frac{R_2 - R_1 = (\sqrt{R_2} - \sqrt{R_1})(\sqrt{R_2} + \sqrt{R_1})}{\sqrt{R_1}(\sqrt{R_2} + \sqrt{R_1})} \Rightarrow \sqrt{R_1}(\sqrt{R_2} + \sqrt{R_1}) = R_1 + r$$

$$\Rightarrow \sqrt{R_1 R_2} + R_1 = R_1 + r \Rightarrow r = \sqrt{R_1 R_2}$$

ابتدا جریان عبوری از مقاومت R_1 را به دست می آوریم:



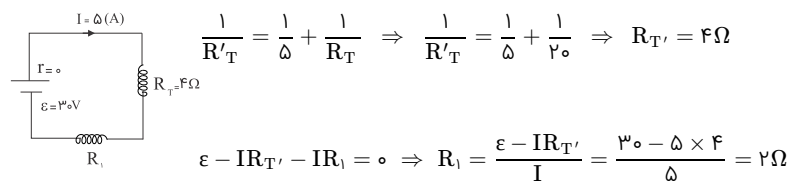
مقاومت های ۱۲ و ۸ اهمی باهم سری می باشند و مقاومت معادل آن ها برابر است با: $R_T = 8 + 12 = 20\Omega$
مقاومت های R_T و $\Delta\Omega$ باهم موازی اند ($V_\Delta = V_{R_T}$) بنابراین:



با استفاده از قانون گره در نقطه A می توانیم ا را به دست بیاوریم:

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I = 1 + 4 = \Delta A$$

حال باید مقدار R_1 را به دست بیاوریم. مقاومت های R_T و $\Delta\Omega$ باهم موازی می باشند و مقاومت معادل آن ها برابر است با:



با استفاده از قاعده حلقه، مقدار مقاومت R_1 را به دست می آوریم:

در نتیجه توان مصرفی مقاومت R_1 برابر است با:

$$P_1 = R_1 I^2 = 2(\Delta)^2 = \Delta \circ W$$

وقتی کلید k باز است، مقاومت مدار شامل دو مقاومت ۱۲ اهمی متوالی است:

$$P_1 = \frac{V^2}{R_1} = \frac{\varepsilon^2}{12 + 12} = \frac{12^2}{24} = 6 W$$

وقتی کلید k بسته شود، مقاومت های ۶ و ۱۲ اهمی باهم موازی و با مقاومت ۱۲ اهمی بالا متوالی می شوند:

$$R_2 = \frac{6 \times 12}{6 + 12} + 12 = 16\Omega \Rightarrow P_2 = \frac{V^2}{R_2} = \frac{\varepsilon^2}{16} = \frac{12^2}{16} = 9 W$$

$$\Delta P = P_2 - P_1 = 9 - 6 = 3 W$$

$$\begin{cases} L = 2\text{m} \\ A = 0.2\text{mm}^2 = 2 \times 10^{-7}\text{m}^2 \end{cases} \leftarrow 0.2\text{mm}^2 \text{ سیم به طول } 2 \text{ متر و سطح مقطع}$$

$$V = 200\text{V} \leftarrow \text{اختلاف پتانسیل دو سیم } 200 \text{ ولت}$$

$$t = 20\text{min} = \frac{1}{3}\text{h} \leftarrow \text{در مدت } 20 \text{ دقیقه}$$

$$U = ?\text{kWh} \leftarrow \text{چند کیلووات ساعت انرژی در این سیم مصرف می‌شود؟}$$

ابتدا از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ مقاومت سیم را به دست می‌آوریم، سپس از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ توان و از $U = P t$ انرژی مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

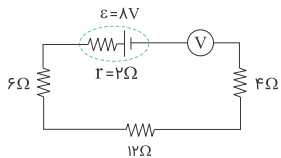
$$\begin{cases} R = \rho \frac{L}{A} \\ \rho = 10^{-6}\Omega\text{m} \end{cases} \Rightarrow R = 10^{-6} \times \frac{2}{2 \times 10^{-7}} = 10\Omega$$

$$P = \frac{V^2}{R}, \quad U = P t$$

$$\Rightarrow U = \frac{V^2 t}{R} \Rightarrow U = \frac{(200)^2 \times \frac{1}{3}}{10} = \frac{40000}{3}\text{W.h} = \frac{4}{3}\text{kW.h}$$

مقاومت ولت‌سنج ایده‌آل بی‌نهایت است و اگر به‌طور متوالی در مدار قرار می‌گیرد طبق رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ شدت جریان مدار صفر می‌شود. در این حالت ولت‌سنج اختلاف‌پتانسیل دو سر مولد یا

$$V = \varepsilon = 1\text{V} \text{ همان نیروی محرکه مولد را نشان می‌دهد:}$$



گام اول: قبل از بستن کلید، جریان مدار و اختلاف‌پتانسیل دو سر مقاومت 5Ω را به دست می‌آوریم. در این حالت مقاومت 20Ω در مدار قرار نمی‌گیرد.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{\text{eq}} + r} = \frac{1\text{A}}{5 + 4 + 1} = 1/10\text{A}$$

$$V_{5\Omega} = RI = 5 \times 1/10 = 0.5\text{V}$$

گام دوم: با بستن کلید، مقاومت 20Ω به مدار اضافه می‌شود. در این حالت جریان عبوری از باتری برابر است با:

$$R'_{\text{eq}} = \frac{5 \times 20}{5 + 20} + 4 = 8\Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{\text{eq}} + r} = \frac{1\text{A}}{8 + 1} = 1/9\text{A}$$

گام سوم: اختلاف‌پتانسیل دو سر مقاومت 5Ω همان اختلاف‌پتانسیل دو سر مقاومت معادل 8Ω است که برابر است با:

$$V_{5\Omega} = 8I' = 8 \times 1/9 = 8/9\text{V}$$

بنابراین اختلاف‌پتانسیل دو سر مقاومت 5Ω به‌اندازه $8/9 - 0.5 = 1/18\text{V}$ تغییر کرده است؛ یعنی مقدار اختلاف‌پتانسیل دو سر این مقاومت ۱ ولت کاهش یافته است.

$$R = \rho \frac{L}{A} = 1/7 \times 10^{-8} \times \frac{30}{\pi r^2} = 1/7 \times 10^{-8} \times \frac{30}{\pi \times (1 \times 10^{-3})^2} = 17 \times 10^{-2}\Omega$$

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{17^2}{17 \times 10^{-2}} = \frac{17 \times 17}{17 \times 10^{-2}} = \frac{17}{10^{-2}} = 1700\text{W}$$

در ابتدا انرژی مصرف شده در هر خانه در یک ماه و پس از آن مبلغ را محاسبه می‌کنیم:

$$U = P t = 0/1 \times 5 = 0/5 \text{ kWh}$$

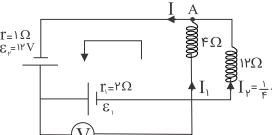
$$\text{مقدار برق مصرف شده در یک خانه در یک ماه} = 0/5 \times 30 = 15 \text{ kWh}$$

$$\text{مقدار برق مصرفی اضافی در کل تهران و در یک ماه} = 15 \times 2 \times 10^6 = 3 \times 10^7 \text{ kWh}$$

$$\text{سه میلیارد ریال} = 3 \times 10^9 = 3 \times 10^7 \times 100 = 3 \times 10^9 \text{ بهای برق مصرفی اضافی در کل تهران و در مدت یک ماه}$$

ابتدا باید جریان I_1 و I را به دست بیاوریم تا بتوانیم اختلاف پتانسیل را محاسبه کنیم:

مقاومت‌های ۱۲ اهمی و ۴ اهمی با هم موازی هستند ($V_F = V_{12}$)، بنابراین:



$$\begin{cases} V_F = V_{12} \\ V = RI \\ I_F = 0/25 \text{ A} \end{cases} \Rightarrow 4 \times I_1 = 12 \times I_F \Rightarrow 4 \times I_1 = 12 \times \frac{1}{4} \Rightarrow I_1 = \frac{3}{4} \text{ A}$$

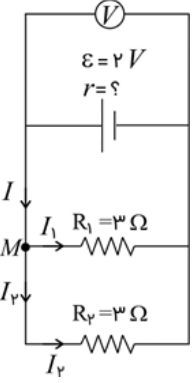
با استفاده از قانون گره برای نقطه A، I را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} I = I_1 + I_F \\ I_1 = 0/75 \text{ A} \\ I_F = 0/25 \text{ A} \end{cases} \Rightarrow I = 0/75 + 0/25 = 1 \text{ A}$$

حالا می‌توانیم اختلاف پتانسیل را محاسبه کنیم:

$$V = -I_1 r_F - I r + \varepsilon_F \Rightarrow V = \frac{-3}{4} \times 4 - 1 + 12 \Rightarrow V = 8 \text{ V}$$

باتوجه به اینکه مقاومت‌های R_1 و R_2 با هم برابرند و اختلاف پتانسیل دو سرشان هم مساوی است، جریان الکتریکی عبوری از آن‌ها نیز با هم برابر می‌باشد ($I_1 = I_2$).



$$\begin{cases} R = \frac{V}{I} \\ V_\varepsilon = V_{R_1} = 1/5 \text{ V} \Rightarrow I_1 = \frac{1/5}{3} = 0/5 \text{ A}, I_2 = 0/5 \text{ A} \\ R_1 = 3 \Omega \end{cases}$$

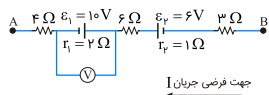
$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 \\ I_1 = I_2 = 0/5 \text{ A} \Rightarrow I = 1 \text{ A} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V = \varepsilon - I r \\ \varepsilon = 2 \text{ V} \\ V = 1/5 \text{ V} \end{cases} \Rightarrow 1/5 = 2 - r \Rightarrow r = 0/5 \Omega$$

با استفاده از قانون گره در نقطه M داریم:

حال باتوجه به اختلاف پتانسیل دو سر مولد، می‌توانیم r را به دست آوریم:

با استفاده از دادهٔ صورت سؤال و جهت جریان فرض شده داریم:



$$V_B - 3I - I + 6 - 6I - 2I - 10 - 4I = V_A \Rightarrow V_A - V_B = -16I - 4 \xrightarrow{V_A - V_B = -12V} -12 = -16I - 4 \Rightarrow 16I = 8 \Rightarrow I = 0.5 \text{ A}$$

حال اختلاف پتانسیل دو سر مولد \mathcal{E}_1 را به دست می‌آوریم:

$$V = |-\mathcal{E}_1 - Ir_1| = |-10 - 0.5 \times 2| = 11 \text{ V}$$

با کاهش مقاومت متغیر R_1 ، مقاومت کل کاهش و شدت جریان مدار افزایش می‌یابد ($I = \frac{\mathcal{E}}{R_T + r}$).

حال به بررسی ولت‌سنج‌ها می‌پردازیم:

ولت‌سنج V : اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر $V = \mathcal{E} - Ir$ است؛ بنابراین با افزایش جریان مدار، اختلاف پتانسیل کاهش می‌یابد و ولت‌سنج V عدد کمتری را نشان می‌دهد.

ولت‌سنج V_2 : اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 برابر $V_2 = IR_2$ است؛ بنابراین با افزایش I ، V_2 نیز افزایش می‌یابد و ولت‌سنج عدد بیشتری را نشان می‌دهد.

ولت‌سنج V_1 : به کمک اختلاف پتانسیل دو سر مولد داریم:

$$V = V_1 + V_2 + 2V_R$$

در این رابطه V کاهش یافته و V_2 و V_R افزایش یافته‌اند، بنابراین V_1 باید کاهش یابد.

الف) جرم دو سیم مسی A و B با هم برابر است $\leftarrow \rho_A = \rho_B, m_A = m_B$

ب) قطر مقطع سیم A ، $\sqrt{2}$ برابر قطر مقطع سیم B است $\leftarrow \frac{D_A}{D_B} = \sqrt{2}$

ج) مقاومت الکتریکی سیم B برابر 10Ω است $\leftarrow R_B = 10\Omega$

د) مقاومت الکتریکی سیم A چند اهم است؟ $\leftarrow R_A = ?\Omega$

باتوجه به رابطهٔ $R = \rho \frac{L}{A}$ و با استفاده از تناسب $\frac{R_A}{R_B}$ می‌توانیم مقدار R_A را به دست بیاوریم. از آنجاکه جرم دو سیم و چگالی آن‌ها برابر است، سیم‌ها دارای حجم‌های یکسان هستند ($V_A = V_B$) بنابراین:

$$\begin{aligned} \begin{cases} V_A = V_B \\ V = AL = \frac{\pi D^2}{4} L \end{cases} \\ \Rightarrow \frac{\pi D_A^2}{4} \times L_A = \frac{\pi D_B^2}{4} \times L_B \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{D_B}{D_A} \right)^2 \\ \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A \frac{L_A}{A_A}}{\rho_B \frac{L_B}{A_B}} = \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{D_B}{D_A} \right)^2 = \left(\frac{D_B}{D_A} \right)^2 \times \left(\frac{D_B}{D_A} \right)^2 = \left(\frac{D_B}{D_A} \right)^4 \\ \Rightarrow \frac{R_A}{10} = \frac{1}{4} \Rightarrow R_A = 2.5 \end{aligned}$$

گام اول

الف) توان مصرفی هریک از مقاومت‌ها باهم برابر است $\leftarrow P_1 = P_2 = P_3 = P_4$

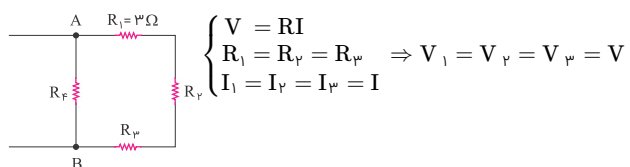
ب) مقاومت معادل مدار چند اهم است $\leftarrow R_T = ? \Omega$

گام دوم

مقاومت‌های R_1, R_2, R_3 باهم سری هستند؛ بنابراین:

$$\begin{cases} P_1 = P_2 = P_3 \\ I_1 = I_2 = I_3 = I \\ P_3 = R_3 I^2 \\ R_3 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_1 I^2 = R_2 I^2 = R_3 I^2 \\ R_1 = R_2 = R_3 = 3 \Omega \end{cases}$$

از آنجاکه مقاومت‌ها باهم برابر هستند و جریان عبوری از آن‌ها یکسان است، اختلاف پتانسیل تمامی آن‌ها یکسان است.



$$\begin{cases} V = RI \\ R_1 = R_2 = R_3 \\ I_1 = I_2 = I_3 = I \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = V_2 = V_3 = V \\ V_F = 3V \end{cases}$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_F برابر است:

$$\begin{cases} V_{AB} = V_3 + V_2 + V_1 \\ V_3 = V_2 = V_1 = V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_{AB} = 3V \\ V_F = 3V \end{cases}$$

باتوجه به اینکه توان مقاومت R_F با مقاومت R_1 برابر است می‌توانیم مقاومت R_F را محاسبه کنیم.

$$\begin{cases} P_F = P_1 \\ P = \frac{V^2}{R} \\ V_1 = V, V_F = 3V, R_1 = 3 \Omega \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{V_F^2}{R_F} = \frac{V_1^2}{R_1} \\ \frac{9V^2}{R_F} = \frac{V^2}{3} \\ R_F = 9 \Omega \end{cases}$$

حالا می‌توانیم مقاومت معادل را محاسبه کنیم. مقاومت‌های R_3, R_2, R_1 باهم سری و برابر ۳ اهم هستند.

$$\begin{cases} R_{1,2,3} = R_1 + R_2 + R_3 \\ R_1 = R_2 = R_3 \end{cases} \Rightarrow R_{1,2,3} = 9 \Omega$$

مقاومت معادل $R_{1,2,3}$ با مقاومت R_F باهم موازی هستند؛ بنابراین:

$$\begin{cases} \frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_{1,2,3}} + \frac{1}{R_F} \\ R_{1,2,3} = 9 \Omega \\ R_F = 9 \Omega \end{cases} \Rightarrow R_T = \frac{9 \times 9}{9 + 9} = \frac{9}{2} \Omega$$

گام اول

الف) توان مصرف‌شده در مقاومت 12Ω برابر $40 W$ است $\leftarrow P_{12} = 40 W$

ب) توان مصرف‌شده در مقاومت 8Ω چند وات است؟ $\leftarrow P_8 = ? W$

گام دوم

دو مقاومت باهم موازی هستند ($V_{12} = V_8$)؛ بنابراین باتوجه به رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ ، نسبت توان‌ها را نوشته و توان مقاومت ۸ اهمی را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \frac{P_{12}}{P_8} = \frac{R_8}{R_{12}} \times \frac{V^2}{V^2} \Rightarrow \frac{40}{P_8} = \frac{8}{12} \Rightarrow P_8 = 60 W$$

الف) قطر مقطع سیم مسی A ، ۲ برابر قطر مقطع سیم مسی B است $\leftarrow \frac{D_A}{D_B} = ۲$ ، $\rho_A = \rho_B$ ،

ب) طول سیم A ، $\frac{۱}{۴}$ طول سیم B است $\leftarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{۱}{۴}$

ج) مقاومت سیم A برابر ۵Ω $\leftarrow R_A = ۵\Omega$

د) مقاومت سیم B چند اهم است؟ $\leftarrow R_B = ?\Omega$

باتوجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ نسبت $\frac{R_A}{R_B}$ را به دست آورده و سپس R_B را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} R = \rho \frac{L}{A} \\ A = \pi \frac{D^2}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A \frac{L_A}{A_A}}{\rho_B \frac{L_B}{A_B}}$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{D_B}{D_A} \right)^2$$

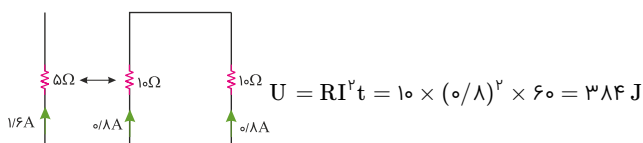
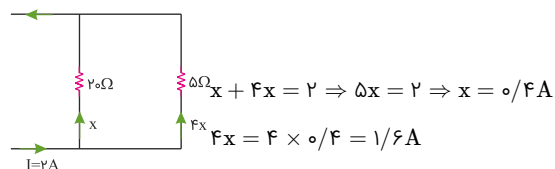
$$\Rightarrow \frac{۵}{R_B} = \frac{۱}{۴} \times \left(\frac{۱}{۲} \right)^2 \Rightarrow R_B = ۵ \times ۱۶ = ۸۰\Omega$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{۱۰۰ \times ۱۰^{\mu} \times ۲ \times ۱۰^{\epsilon}}{۱۰۰ \times ۱۰^{\mu} + ۲ \times ۱۰^{\epsilon}} = \frac{۲ \times ۱۰^{\epsilon}}{۲۱}$$

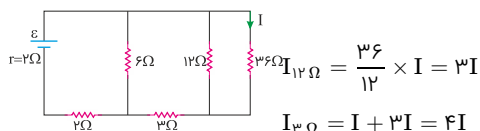
$$\varepsilon = IR_{eq} \Rightarrow ۲۰ = I \times \frac{۲ \times ۱۰^{\epsilon}}{۲۱} \Rightarrow I = \frac{۲۰ \times ۲۱}{۲ \times ۱۰^{\epsilon}} A = ۲۱ \times ۱۰^{-\delta} A \Rightarrow I = ۰/۲۱ mA$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow ۲ = \frac{۱۳}{R_{eq} + ۲} \Rightarrow R_{eq} = ۴\Omega$$

$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{۲۰} + \frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{R} \Rightarrow \frac{۱}{R} = \frac{۱}{R} - \frac{۱}{۱۰} - \frac{۱}{۲۰} \Rightarrow R = ۱۰\Omega$$



جریان مقاومت $36\ \Omega$ را I در نظر می‌گیریم. بنابراین:



$$I_{36\ \Omega} = \frac{36}{12} \times I = 3I$$

$$I_{3\ \Omega} = I + 3I = 4I$$

$$I_{6\ \Omega} = \frac{((36\ \Omega \parallel 12\ \Omega) + 3\ \Omega)}{6} \times 4I = 8I$$

$$I_{2\ \Omega} = I_{6\ \Omega} + I_{3\ \Omega} = 8I + 4I = 12I$$

با توجه به جریان‌ها، توان هر مقاومت را محاسبه می‌کنیم.

$$P_{36\ \Omega} = 36I^2$$

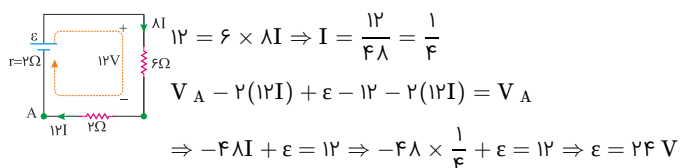
$$P_{12\ \Omega} = 12 \times (3I)^2 = 108I^2$$

$$P_{3\ \Omega} = 3 \times (4I)^2 = 48I^2$$

$$P_{6\ \Omega} = 6 \times (8I)^2 = 6 \times 64I^2 = 384I^2$$

$$P_{2\ \Omega} = 2 \times (12I)^2 = 288I^2$$

بنابراین مقاومت $6\ \Omega$ بیشترین توان مصرفی را دارد و اختلاف پتانسیل دو سر آن $12\ V$ است.



$$12 = 6 \times I \Rightarrow I = \frac{12}{6} = 2$$

$$V_A - 2(12I) + \varepsilon - 12 - 2(12I) = V_A$$

$$\Rightarrow -48I + \varepsilon = 12 \Rightarrow -48 \times 2 + \varepsilon = 12 \Rightarrow \varepsilon = 108\ V$$

گام اول

الف) مقاومت درونی باتری $2\ \Omega \leftarrow r = 2\ \Omega$

ب) نسبت $\frac{V}{\varepsilon}$ برابر $0/8 \leftarrow \frac{V}{\varepsilon} = 0/8$

ج) آمپرسنج جریان $0/8$ آمپر را نشان می‌دهد $I = 0/8\ A \leftarrow$

د) اگر کلید را قطع کنیم $I = 0 \leftarrow$

گام دوم

با قطع کلید، ولت‌سنج نیروی محرکه مولد را نشان می‌دهد؛ پس کافی است نیروی محرکه مولد (ε) را به دست آوریم. بنابراین باتوجه به دو رابطه زیر مقدار ε برابر است با:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow \frac{V}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon - Ir}{\varepsilon}$$

$$\Rightarrow 0/8 = \frac{\varepsilon - 0/8 \times 2}{\varepsilon} \Rightarrow 0/8\varepsilon = \varepsilon - 1/6 \Rightarrow \varepsilon = 8\ V$$

گام اول

الف) طول سیم مسی A دو برابر طول سیم مسی B است $\leftarrow L_A = 2L_B$, $\rho_A = \rho_B$

ب) قطر مقطع سیم A نصف قطر مقطع سیم B است $\leftarrow A_A = \frac{1}{4}A_B$ $\xrightarrow{A=\frac{\pi}{4}D^2}$ $D_A = \frac{1}{2}D_B$

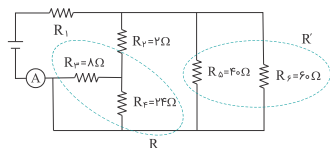
ج) مقاومت الکتریکی سیم A ، چند برابر مقاومت الکتریکی سیم B است؟ $\leftarrow \frac{R_A}{R_B} = ?$

گام دوم

با استفاده از رابطه زیر داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} = 2 \times 4 = 8$$

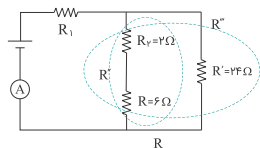
آمپرسنج جریان عبوری کل را به ما می‌دهد. بنابراین باید مقاومت معادل کل مدار را به دست بیاوریم و از قانون حلقه استفاده کنیم. مقاومت‌های R_6 , R_7 و همچنین مقاومت‌های R_3 , R_4 باهم موازی‌اند بنابراین:



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{8} + \frac{1}{24} \Rightarrow R = 6\Omega$$

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{60} + \frac{1}{6} \Rightarrow R' = 24\Omega$$

بنابراین مدارمان به صورت زیر درمی‌آید:

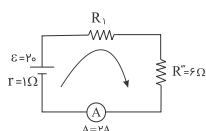


$$\begin{cases} R'' = R_3 + R \\ R_3 = 2\Omega \\ R = 6\Omega \end{cases} \Rightarrow R'' = 8\Omega$$

مقاومت R'' با R' نیز باهم موازی می‌باشند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

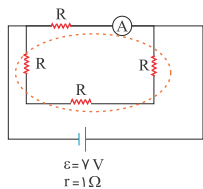
$$\frac{1}{R'''} = \frac{1}{R''} + \frac{1}{R'} \Rightarrow \frac{1}{R'''} = \frac{1}{8} + \frac{1}{24} \Rightarrow R''' = 6\Omega$$

حال یک مدار ساده داریم و با نوشتن قانون حلقه می‌توانیم R_1 را به دست بیاوریم:



$$\varepsilon - IR_1 - IR''' - Ir = 0 \Rightarrow 20 - 2 \times R_1 - 2 \times 6 - 3 \times 1 = 0 \Rightarrow R_1 = 3\Omega$$

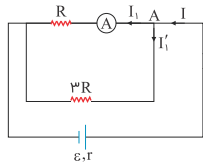
حالت اول) کلید k_1 بسته و k_2 باز باشد:



شکل مدار به صورت زیر درمی آید. مقاومت‌های نشان داده شده در شکل با هم سری می باشند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با: $R_1 = R + R + R = 3R$. مقاومت‌های R و $3R$ با هم موازی می باشند، بنابراین $(V_R = V_{3R})$

$$\begin{cases} V_R = V_{3R} \\ V = RI \\ I_1 = \frac{3}{4}A \end{cases} \Rightarrow I_1 R = I'_1 3R \Rightarrow \frac{3}{4} = 3I'_1 \Rightarrow I'_1 = \frac{1}{4}A$$

حال اگر قانون گره را برای نقطه A بنویسیم جریان کل (I) به دست می آید:

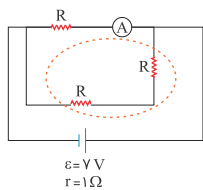


$$I = I_1 + I'_1 \Rightarrow I = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1A$$

در نهایت از قانون حلقه استفاده کرده و R را محاسبه می کنیم:

$$\varepsilon - Ir - I_1 R = 0 \Rightarrow 7 - 1 - \frac{3}{4}R = 0 \Rightarrow R = 8\Omega$$

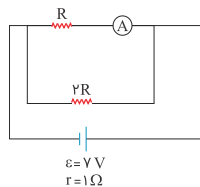
حالت دوم) هر دو کلید بسته شوند:



اگر هر دو کلید بسته شوند دو سر مقاومت R سمت چپ اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می شود. مقاومت‌های نشان داده شده در شکل با هم سری می باشد و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_2 = R + R = 2R$$

مقاومت‌های $2R$, R , با هم موازی هستند؛ بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

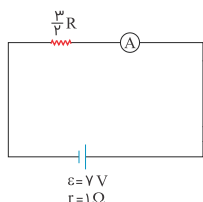


$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_T = \frac{2}{3}R$$

حالا می توانیم از قاعده حلقه استفاده کنیم و جریان کل را به دست بیاوریم:

$$\varepsilon - Ir - I \frac{2}{3}R = 0 \Rightarrow 7 - I - \frac{16}{3}I = 0 \Rightarrow I = \frac{21}{19}A$$

با استفاده از قانون گره و اینکه $(V_R = V_{2R})$ است، می‌توانیم I_2 را محاسبه کنیم:

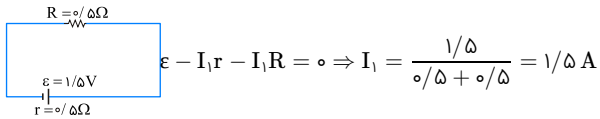


$$V_R = V_{2R} \Rightarrow I_2 R = I'_2 \times \frac{2}{3}R \Rightarrow I'_2 = \frac{I_2}{3}$$

$$I = I'_2 + I_2 \Rightarrow \frac{21}{19} = \frac{I_2}{3} + I_2 \Rightarrow \frac{21}{19} = \frac{4}{3}I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{14}{19}A$$

حالت اول) کلید باز است.

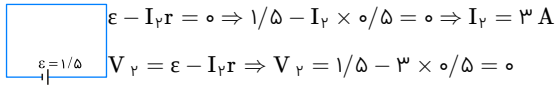
طبق قاعده حلقه، جریان برابر است با:



بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر است با:

$$V_1 = \varepsilon - I_1 r \Rightarrow V_1 = 1/5 - 1/5 \times 0/5 = 0/5 \text{ V}$$

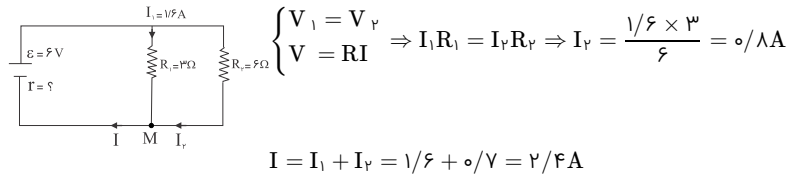
حالت دوم) با بستن کلید مقاومت R اتصال کوتاه می‌شود، بنابراین جریان برابر است با:



بنابراین تغییرات اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر است با:

$$\begin{cases} \Delta V = V_1 - V_2 \\ V_1 = 0/5 \text{ V} \\ V_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \Delta V = 0/5 - 0 = 0/5 \text{ V}$$

مقاومت‌های R_1 و R_2 با هم موازی هستند ($V_1 = V_2$)، بنابراین:

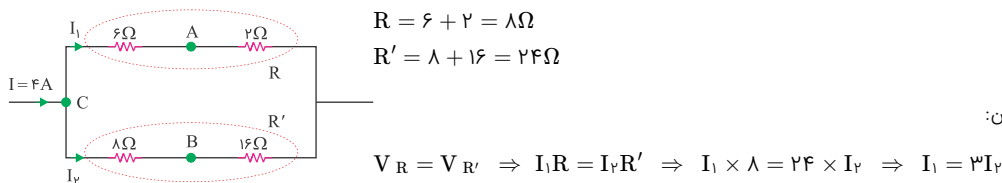


باتوجه به قانون گره در نقطه M داریم:

در نهایت با استفاده از قاعده حلقه برای حلقه سمت چپ، مقدار r را به دست می‌آوریم:

$$\varepsilon - Ir - I_1 R_1 = 0 \Rightarrow 6 - 2/4 \times r - 1/6 \times 3 = 0 \Rightarrow r = 0/5 \Omega$$

ابتدا جریانی را که از هر شاخه می‌گذرد، محاسبه می‌کنیم. مقاومت‌های ۶ و ۲ اهمی و همچنین ۱۶ و ۸ اهمی هرکدام با هم سری می‌باشند. بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:



مقاومت R ، R' با هم موازی هستند $V_R = V_{R'}$ بنابراین:

همچنین با استفاده از قانون گره در نقطه C داریم:

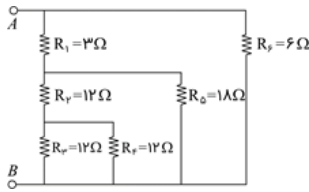
$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 \\ I_1 = 3 I_2 \\ I = 4 \text{ A} \end{cases} \Rightarrow 4 = 3 I_2 + I_2 \Rightarrow I_2 = 1 \text{ A} \Rightarrow I_1 = 3 \text{ A}$$

حال اختلاف پتانسیل بین نقاط C، A و یک بار هم بین نقاط B، C را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} V_C = I_1 \times 6 + V_A \\ V_C = I_2 \times 8 + V_B \end{cases} \xrightarrow{\text{تفریق}} V_B - V_A = -I_2 \times 8 + I_1 \times 6 = -1 \times 8 + 3 \times 6 = +10 \text{ V}$$

$$I_1 = 3 \text{ A}, I_2 = 1 \text{ A}$$

حالت اول) کلید باز است در این حالت مدار به شکل زیر خواهد بود:



$$\begin{cases} \frac{1}{R_{\text{و}, \text{ف}}} = \frac{1}{R_{\text{و}}} + \frac{1}{R_{\text{ف}}} \\ R_{\text{و}} = R_{\text{ف}} = 12 \Omega \end{cases} \Rightarrow R_{\text{و}, \text{ف}} = \frac{12}{2} = 6 \Omega$$

مقاومت‌های $R_{\text{ف}}$, $R_{\text{و}}$ باهم موازی هستند بنابراین:

مقاومت‌های $R_{\text{و}}$ و $R_{\text{و}, \text{ف}}$ باهم سری هستند؛ بنابراین:

$$\begin{cases} R_{\text{و}, \text{و}, \text{ف}} = R_{\text{و}} + R_{\text{و}, \text{ف}} \\ R_{\text{و}} = 12 \Omega \\ R_{\text{و}, \text{ف}} = 6 \Omega \end{cases} \Rightarrow R_{\text{و}, \text{و}, \text{ف}} = 12 + 6 = 18 \Omega$$

$R_{\text{و}, \text{و}, \text{ف}}$ با $R_{\text{د}}$ موازی هستند بنابراین:

$$\begin{cases} \frac{1}{R_{\text{و}, \text{و}, \text{ف}, \text{د}}} = \frac{1}{R_{\text{و}, \text{و}, \text{ف}}} + \frac{1}{R_{\text{د}}} \\ R_{\text{و}, \text{و}, \text{ف}} = R_{\text{د}} = 18 \Omega \end{cases} \Rightarrow R_{\text{و}, \text{و}, \text{ف}, \text{د}} = \frac{18}{2} = 9 \Omega$$

مقاومت معادل $R_{\text{و}, \text{و}, \text{و}, \text{ف}, \text{د}}$ و مقاومت $R_{\text{ا}}$ باهم سری هستند.

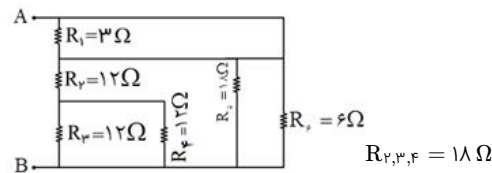
$$\begin{cases} R_{\text{ا}, \text{و}, \text{و}, \text{و}, \text{ف}, \text{د}} = R_{\text{ا}} + R_{\text{و}, \text{و}, \text{و}, \text{ف}, \text{د}} \\ R_{\text{ا}} = 3 \Omega, R_{\text{و}, \text{و}, \text{و}, \text{ف}, \text{د}} = 9 \Omega \end{cases} \Rightarrow R_{\text{ا}, \text{و}, \text{و}, \text{و}, \text{ف}, \text{د}} = 3 + 9 = 12 \Omega$$

مقاومت معادل $R_{\text{ا}, \text{و}, \text{و}, \text{و}, \text{و}, \text{ف}, \text{د}}$ و مقاومت $R_{\text{ف}}$ باهم موازی هستند؛ بنابراین:

$$\begin{cases} \frac{1}{R_{\text{ت}}} = \frac{1}{R_{\text{ف}}} + \frac{1}{R_{\text{ا}, \text{و}, \text{و}, \text{و}, \text{و}, \text{ف}, \text{د}}} \\ R_{\text{ف}} = 6 \Omega, R_{\text{ا}, \text{و}, \text{و}, \text{و}, \text{و}, \text{ف}, \text{د}} = 12 \Omega \end{cases} \Rightarrow R_{\text{ت}} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4 \Omega$$

حالت دوم) کلید بسته است:

در این حالت شکل مدار به صورت زیر خواهد بود:



مقاومت $R_{\text{ا}}$ اتصال کوتاه می‌شود و از مدار حذف می‌شود.

مقاومت معادل، مقاومت‌های $R_{\text{ف}}$, $R_{\text{و}}$, $R_{\text{و}}$ مانند حالت اول است و برابر است با:

و مقاومت معادل $R_{\text{و}, \text{و}, \text{و}}$ با مقاومت‌های $R_{\text{د}}$ و $R_{\text{ف}}$ باهم موازی هستند؛ بنابراین:

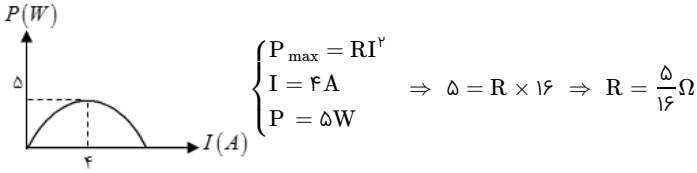
$$\begin{cases} \frac{1}{R_{\text{ت}}} = \frac{1}{R_{\text{و}, \text{و}, \text{و}}} + \frac{1}{R_{\text{د}}} + \frac{1}{R_{\text{ف}}} \\ R_{\text{و}, \text{و}, \text{و}} = R_{\text{د}} = 18 \Omega \\ R_{\text{ف}} = 6 \Omega \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{R_{\text{ت}}} = \frac{1}{18} + \frac{1}{18} + \frac{1}{6} \Rightarrow R_{\text{ت}} = \frac{18}{3} = 6 \Omega$$

بنابراین اختلاف مقاومت معادل بین دو حالت برابر است با:

$$R_{\text{ت}} - R_{\text{ت}} = 4 \Omega - 6 \Omega = -2 \Omega$$

LDR مقاومت نوری است که مقاومت آن به نور تابیده شده بستگی دارد، به طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می‌شود.

نیروی محرکهٔ مولد برابر $\mathcal{E} = I(r + R)$ است. کافی است مقدار مقاومت‌ها را به دست بیاوریم؛ طبق نمودار زمانی که شدت جریان به 4 A می‌رسد، توان مولد بیشترین مقدار خود را دارد. در این زمان مقاومت درونی مولد و مقاومت خارجی مقداری برابر دارند؛ بنابراین:



پس در لحظه‌ای که جریان به 4 A می‌رسد، داریم:

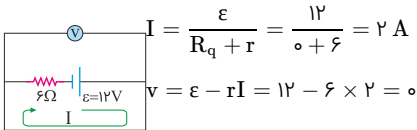
$$r = R = \frac{\Delta}{16} \Omega$$

حال می‌توانیم اندازهٔ نیروی محرکه را به دست بیاوریم:

$$\mathcal{E} = I(r + R) = 4 \left(\frac{\Delta}{16} + \frac{\Delta}{16} \right) = 2/\Delta \text{ V}$$

مقاومت رئوستا افزایش یافته، درنتیجه مقاومت کل مدار زیاد و جریان کل مدار کاهش می‌یابد (I کاهش). چون مقاومت شاخهٔ دربردارندهٔ رئوستا افزایش یافته بنابراین جریان عبوری از آن کاهش می‌یابد، درنتیجه جریان عبوری از شاخهٔ وسط افزایش می‌یابد.

ترمیستور نوعی از مقاومت است که بستگی مقاومت الکتریکی آن به دما، با مقاومت‌های الکتریکی معمولی متفاوت است. اغلب از ترمیستورها به عنوان حسگر دما در مدارهای حساس به دما مانند زنگ خطر آتش و دماپاها و نیز در دماسنج‌ها استفاده می‌شود.



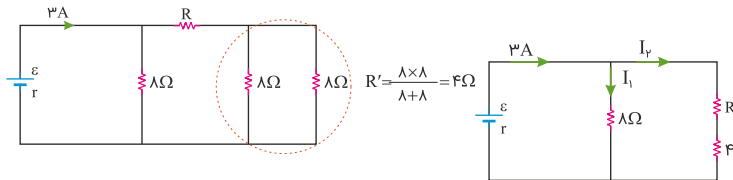
توان مصرفی لامپ را محاسبه می‌کنیم.

$$P = \frac{V^2}{R}$$

$$\frac{P}{P'} = \left(\frac{V}{V'} \right)^2 \Rightarrow \frac{100}{P'} = \left(\frac{220}{200} \right)^2 \Rightarrow P' = \frac{10^4}{121} \text{ W} = \frac{10}{121} \text{ kW}$$

$$U = P \cdot t = \frac{10}{121} \times 11 = \frac{10}{11} \text{ kWh}$$

گام اول: مدار را یک مرحله ساده می‌کنیم:



گام دوم: از آنجایی که اختلاف پتانسیل شاخه‌های موازی برابرند داریم:

$$I_1 \times 8 = I_2(R + 4) \Rightarrow 8I_1 = I_2R + 4I_2$$

گام سوم: طبق فرض مسئله $I_2R = 12V$ و از طرفی $I_1 + I_2 = 3A$ است؛ پس داریم:

$$8I_1 = 12 + 4I_2 \Rightarrow \begin{cases} 8I_1 - I_2 = 3 \\ I_1 + I_2 = 3 \end{cases}$$

$$3I_1 = 6 \Rightarrow I_1 = 2A \Rightarrow I_2 = 1A$$

گام چهارم: از رابطه $I_2R = 12V$ ، R را به دست می‌آوریم:

$$1 \times R = 12 \Rightarrow R = 12\Omega$$

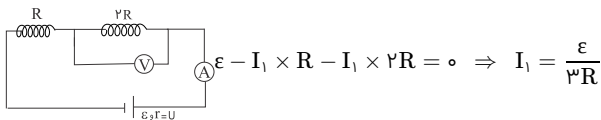
گام اول

الف) کلید K باز است \leftarrow پس مقاومت $2R$ (مقاومت پایینی) در مدار نادیده گرفته می‌شود.
 ب) اگر کلید را ببندیم \leftarrow مقاومت $2R$ وارد مدار شده و با مقاومت بالای خود موازی می‌شود.
 ج) اعدادی که ولت سنج و آمپرسنج نشان می‌دهند چندبرابر می‌شوند؟ $\leftarrow \frac{V_2}{V_1} = ? \quad \frac{I_2}{I_1} = ?$

گام دوم

حالت اول) کلید باز است:

قاعده حلقه را می‌نویسیم تا I_1 را به دست بیاوریم:



$$V_1 = 2RI_1 \Rightarrow V_1 = 2R \times \frac{\varepsilon}{3R} \Rightarrow V_1 = \frac{2}{3}\varepsilon$$

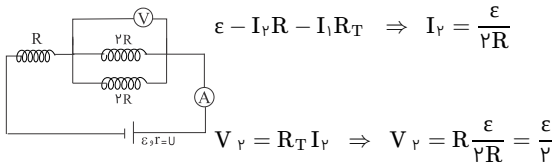
اختلاف پتانسیل مقاومت $2R$ برابر است با:

حالت دوم) کلید بسته است:

مقاومت های $2R$ به صورت موازی بسته شده اند؛ بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} \Rightarrow R_T = R$$

حال با استفاده از قاعده حلقه جریان I_2 را به دست می‌آوریم:



و همچنین اختلاف پتانسیلی که ولت سنج نشان می‌دهد برابر است با:

بنابراین نسبت $\frac{I_2}{I_1}, \frac{V_2}{V_1}$ برابر است با:

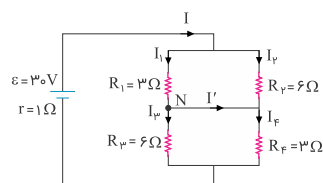
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{2}}{\frac{2\varepsilon}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{2R}}{\frac{\varepsilon}{3R}} = \frac{3}{2}$$

باید جریان‌های مقاومت R_3, R_1 را به دست بیاوریم و با استفاده از قانون گره، I' را محاسبه کنیم.

ابتدا باید جریان کل مدار را به دست بیاوریم.

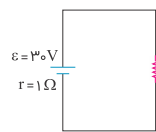
مقاومت‌های R_2, R_1 با هم موازی هستند، بنابراین:



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \\ R_1 = ۳, R_2 = ۶ \end{array} \right. \Rightarrow R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{۳ \times ۶}{۳ + ۶} = ۲ \Omega$$

از آنجایی که مقاومت R_3, R_4 همان مقادیر مقاومت‌های R_2, R_1 را دارند و موازی نیز بسته شده‌اند می‌توان نتیجه گرفت: $R_{1,2} = R_{3,4} = ۲ \Omega$

مقاومت‌های $R_{3,4}, R_{1,2}$ با هم متوالی هستند و مقاومت معادل مدار برابر است با:



$$R_T = R_{3,4} + R_{1,2} = ۲ + ۲ = ۴ \Omega$$

$$\varepsilon - I r - I R_T = 0$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_T}$$

بنابراین جریان کل مدار برابر است با:

$$\left\{ \begin{array}{l} I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} \\ R_T = ۴ \Omega \\ r = ۱ \Omega \\ \varepsilon = ۳۰ V \end{array} \right. \Rightarrow I = \frac{۳۰}{۱ + ۴} = ۶ A$$

مقاومت‌های R_2, R_1 با هم موازی هستند ($V_1 = V_2$) بنابراین:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1 = V_2 \\ V = I R \\ R_1 = ۳ \Omega, R_2 = ۶ \Omega \end{array} \right. \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow I_1 \times ۳ = I_2 \times ۶ \Rightarrow I_1 = ۲ I_2$$

باتوجه به قانون گره در نقطه M داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} I = I_2 + I_1 \\ I = ۶ A \\ I_1 = ۲ I_2 \end{array} \right. \Rightarrow ۶ = I_2 + ۲ I_2 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_2 = ۲ A \\ I_1 = ۴ A \end{array} \right.$$

باتوجه به تقارن مقاومت‌های R_3 و R_4 ، با مقاومت‌های R_2 و R_1 می‌توان نتیجه گرفت که $I_2 = I_3$ و $I_1 = I_4$. با استفاده از پایداری بار در نقطه N داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 = I_3 + I' \\ I_1 = ۴ A \\ I_3 = I_2 = ۲ A \end{array} \right. \Rightarrow ۴ = ۲ + I' \Rightarrow I' = ۲$$

گام اول

الف) دو سیم رسانای A و B، با قطر مقطع و طول مساوی $\leftarrow L_A = L_B$, $A_A = A_B$

ب) به طور موازی به هم وصل شده اند $\leftarrow V_A = V_B$

ج) از مجموعه آن‌ها جریان ۴/۵ آمپر عبور می‌کند $\leftarrow I_A + I_B = 4/5 A$

د) شدت جریان برای سیم A چند آمپر است؟ $\leftarrow I_A = ?$

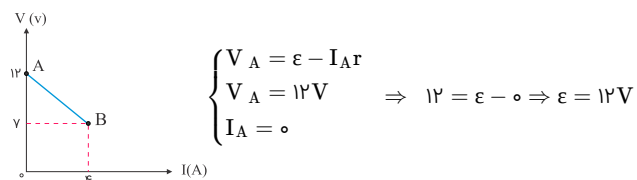
گام دوم

باتوجه به اینکه $V_A = V_B$ است، می‌توانیم نسبت $\frac{I_A}{I_B}$ را پیدا کرده و با جایگذاری در رابطه مجموع جریان‌ها، I_A را به دست بیاوریم:

$$\begin{cases} V_A = V_B \xrightarrow{V=IR} I_A R_A = I_B R_B \\ R = \rho \frac{L}{A} \\ \rho_A = 1/6 \times 10^{-8} \Omega m \\ \rho_B = 5/6 \times 10^{-8} \Omega m \end{cases} \Rightarrow I_A \rho_A \frac{L_A}{A_A} = I_B \rho_B \frac{L_B}{A_B} \Rightarrow I_B = I_A \frac{\rho_A}{\rho_B} \Rightarrow I_B = \frac{1/6}{5/6} I_A = \frac{1}{5} I_A$$

$$\begin{cases} I_A + I_B = 4/5 A \\ I_B = \frac{1}{5} I_A \end{cases} \Rightarrow I_A + \frac{1}{5} I_A = 4/5 \Rightarrow \frac{6}{5} I_A = 4/5 \Rightarrow I_A = 2/3 A$$

باتوجه به رابطه $V = \mathcal{E} - Ir$ و با استفاده از داده‌های نمودار در دو نقطه A و B مقدار \mathcal{E} و r به دست خواهد آمد.
در نقطه A:



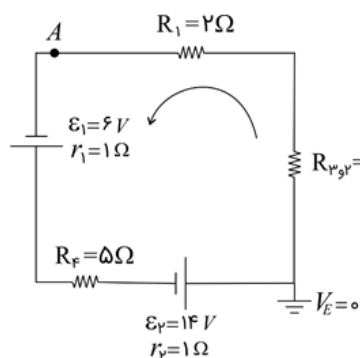
در نقطه B:

$$\begin{cases} V_B = \mathcal{E} - I_B r \\ V_B = 4 V \\ I_B = 4 A \end{cases} \Rightarrow 4 = 12 - 4r \Rightarrow r = \frac{2}{4} = 1/2 \Omega$$

مقاومت‌های R_3 , R_2 باهم موازی‌اند، بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$\frac{1}{R_{3,2}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{3,2} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{3 \times 1/5}{4/5} = 1 \Omega$$

با استفاده از قانون حلقه (قانون ولتاژ کیرشهف) جریان مدار را به دست می‌آوریم.



$$\mathcal{E}_1 - Ir_1 - IR_F + \mathcal{E}_2 - Ir_2 - IR_{3,2} - IR_1 = 0 \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{(r_1 + r_2 + R_1 + R_{3,2} + R_F)} = \frac{20}{1 + 1 + 2 + 1 + 5} = 2 A$$

باتوجه به اینکه V_E برابر صفر است، V_A برابر است با:

$$V_A + \mathcal{E}_1 - Ir_1 - IR_F + \mathcal{E}_2 - Ir_2 = V_E \Rightarrow V_A + 6 - 2 \times 1 - 2 \times 5 + 14 - 2 \times 1 = 0 \Rightarrow V_A = -20 + 14 = -6 V$$

گام اول

الف) قطر مقطع دو سیم مسی A و B به ترتیب $\frac{\pi}{2}\text{mm}$ و $\frac{\pi}{3}\text{mm} \leftarrow \frac{\pi}{3}\text{mm}$ ، $D_B = \frac{\pi}{3}\text{mm}$ ، $D_A = \frac{\pi}{2}\text{mm}$ ، $\rho_A = \rho_B$

ب) طول این دو سیم باهم برابر است $L_A = L_B \leftarrow$

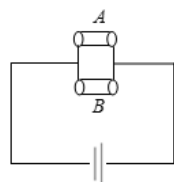
ج) دو سیم به طور موازی به اختلاف پتانسیل ثابتی بسته شده‌اند $V_A = V_B \leftarrow$

د) از مجموعه جریان $\frac{\pi}{2}$ آمپر می‌گذرد $I_A + I_B = \frac{\pi}{2} \text{ (A)} \leftarrow$

ه) شدت جریان عبوری از سیم A چند آمپر است؟ $I_A = ? \leftarrow$

گام دوم

اختلاف پتانسیل دو سیم A و B باهم برابر است، بنابراین:



$$\begin{cases} V_A = V_B \\ V = IR \end{cases} \Rightarrow I_A R_A = I_B R_B \Rightarrow I_B = \frac{R_A}{R_B} I_A$$

از طرفی می‌دانیم $I_A + I_B = \frac{\pi}{2} \text{ (A)}$ ، با استفاده از این دو رابطه می‌توانیم I_A را به دست بیاوریم:

$$\begin{cases} I_A + I_B = \frac{\pi}{2} \\ I_B = \frac{R_A}{R_B} I_A \end{cases} \Rightarrow I_A + \frac{R_A}{R_B} I_A = \frac{\pi}{2}$$

$$R = \rho \frac{L}{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\frac{\rho_A L_A}{\pi \left(\frac{D_A}{2}\right)^2}}{\frac{\rho_B L_B}{\pi \left(\frac{D_B}{2}\right)^2}} = \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

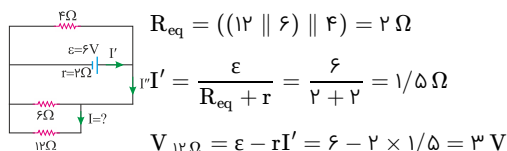
$$\begin{cases} I_A + \frac{R_A}{R_B} I_A = \frac{\pi}{2} \\ \frac{R_A}{R_B} = \frac{9}{4} \end{cases} \Rightarrow I_A + \frac{9}{4} I_A = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{13}{4} I_A = \frac{\pi}{2} \Rightarrow I_A = \frac{\pi}{13} \text{ A}$$

در مدار صورت سؤال، توان لامپ برابر است با:

$$\begin{cases} P = \frac{V^2}{R} \\ V = \varepsilon \end{cases} \Rightarrow P = \frac{\varepsilon^2}{R}$$

بنابراین در مدارهای داده‌شده در گزینه‌ها، باید اختلاف پتانسیل دو سر لامپ‌ها برابر ε باشد که تنها در گزینه ۴ لامپ‌ها اختلاف پتانسیلی برابر با ε دارند؛ درحقیقت ویژگی به هم بستن موازی مقاومت‌ها (لامپ‌ها) این است که اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با اختلاف پتانسیل دو سر هر کدام از مقاومت‌ها (لامپ‌ها).

مقاومت $12\ \Omega$ سمت راست مدار اتصال کوتاه شده است.



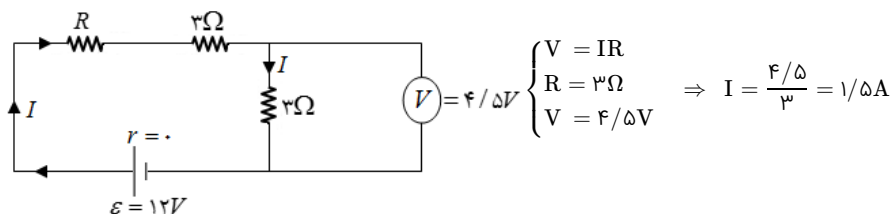
$$I = \frac{V}{R} = \frac{3}{12} = \frac{\pi}{20}\ \text{A}$$

می‌دانیم در نمودار V برحسب I ، (دوسر مولد) طول از مبدأ برابر $\frac{\mathcal{E}}{r}$ است، بنابراین داریم:

$$\mathcal{E}_B = 20V, \mathcal{E}_A = 10V$$

$$\frac{\mathcal{E}_B}{r_B} = \frac{\mathcal{E}_A}{r_A} \Rightarrow \frac{20}{r_B} = \frac{10}{r_A} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = 2$$

ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل مقاومت 3Ω (مقاومت موازی با ولت‌سنج) را $4/5$ ولت نشان می‌دهد. ابتدا با استفاده از رابطه $V = IR$ شدت جریان را محاسبه می‌کنیم سپس با استفاده از قاعده حلقه، مقدار R را به دست می‌آوریم:



حال از قاعده حلقه استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} V = IR \\ R = 3\Omega \\ V = 4/5 V \end{cases} \Rightarrow I = \frac{4/5}{3} = 1/15 A$$

$$\begin{cases} +\mathcal{E} - IR - I \times 3 - I \times 3 = 0 \\ \mathcal{E} = 12V \\ I = 1/15 A \end{cases} \Rightarrow 12 - 1/15 R - 1/15 \times 3 - 1/15 \times 3 = 0 \Rightarrow 1/15 R = 3 \Rightarrow R = 45 \Omega$$

$P_T = P_1 + P_2$: توان مجموعه در حالت موازی

توان مجموعه در حالت سری: $\frac{1}{P'_T} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} \Rightarrow \frac{1}{P'_T} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_1} = \frac{2}{P_1} \Rightarrow P_1 = 2 \times 40 = 80 W$

$$P_T = P_1 + P_2 = 2P_1 = 2 \times 80 = 160 W$$

گام اول: چون در شاخه وسط، نقاط ab به هم اتصال ندارند، هیچ جریانی از این شاخه عبور نمی‌کند و آن را مدار حذف می‌کنیم:

گام دوم: جریانی مدار را با استفاده از رابطه $I = \frac{\mathcal{E}_T}{R_{eq} + r_1 + r_2}$ به دست می‌آوریم. باتوجه به جهت پیکان نیروی محرکه باتری‌ها، $\mathcal{E}_T = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2$ است و جریان مدار برابر است با:

$$I = \frac{\mathcal{E}_T}{R_{eq} + r_1 + r_2} = \frac{16 - 4}{4 + 3 + 6 + 2 + 0} = \frac{12}{15} = 0.8 A$$

جهت جریان به صورت پادساعتگرد در مدار است.

گام سوم: از یک سر ولت‌سنج شروع به حرکت درون مدار می‌کنیم تا به سر دیگر آن برسیم. اختلاف پتانسیل به دست آمده بین دو سر ولت‌سنج همان عدد ولت‌سنج است.

$$V_a - 3I - \mathcal{E}_T = V_b \Rightarrow V_a - 2.4 - 4 = V_b$$

$$\Rightarrow V_a - V_b = 6.4 V \Rightarrow \text{عدد ولت‌سنج} = V = 6.4 V$$

$$P_{\text{P}} = P_{\text{F}} \Rightarrow R_{\text{P}} = R_{\text{F}} = \mathfrak{F}/\Delta\Omega$$

$$V_{\text{P}} = V_{\text{P}} + V_{\text{F}} \Rightarrow V_{\text{P}} = \mathfrak{V}V_{\text{P}}$$

$$P_{\text{P}} = P_{\text{P}} \Rightarrow \frac{V_{\text{P}}^{\text{P}}}{R_{\text{P}}} = \frac{V_{\text{P}}^{\text{P}}}{R_{\text{P}}} \Rightarrow R_{\text{P}} = \mathfrak{F}R_{\text{P}} = \mathfrak{F} \times \mathfrak{F}/\Delta = \mathfrak{V}\Delta$$

$$I_{\text{P}}R_{\text{P}} = I_{\text{P}}(R_{\text{P}} + R_{\text{F}}) \Rightarrow I_{\text{P}} \times \mathfrak{V}\Delta = I_{\text{P}} \times \mathfrak{V} \Rightarrow I_{\text{P}} = \mathfrak{V}I_{\text{P}}$$

$$I_{\text{P}} = I_{\text{P}} + I_{\text{P}} = I_{\text{P}} + \mathfrak{V}I_{\text{P}} = \mathfrak{V}I_{\text{P}}$$

$$R_{\text{P}}I_{\text{P}}^{\text{P}} = R_{\text{P}}I_{\text{P}}^{\text{P}} \Rightarrow R_{\text{P}}(\mathfrak{V}I_{\text{P}})^{\text{P}} = \mathfrak{V}\Delta I_{\text{P}}^{\text{P}} \Rightarrow R_{\text{P}} = \mathfrak{V}\Delta$$

$$\mathfrak{V}I_{\text{P}} + \mathfrak{V}\Delta I_{\text{P}} = \mathfrak{V}\mathfrak{F} \Rightarrow I_{\text{P}} + \mathfrak{V}I_{\text{P}} = \mathfrak{V} \Rightarrow \mathfrak{V}I_{\text{P}} + \mathfrak{V}I_{\text{P}} = \mathfrak{V} \Rightarrow I_{\text{P}} = \mathfrak{V}A$$

ابتدا جریان‌های $I_{\text{F}}, I_{\text{P}}, I_{\text{P}}, I_{\text{P}}$ را به دست می‌آوریم سپس قانون گره را در نقطه A می‌نویسیم.

با استفاده از قانون گره در نقطه C ($I_{\text{P}} + I_{\text{P}} = \mathfrak{F}A$) و موازی بودن مقاومت‌های $R_{\text{P}}, R_{\text{P}}, R_{\text{P}}$ داریم:

$$\begin{cases} V_{\text{P}} = V_{\text{P}} \\ V = RI \\ R_{\text{P}} = \mathfrak{V}\Delta\Omega \\ R_{\text{P}} = \mathfrak{F}\Delta\Omega \end{cases} \Rightarrow I_{\text{P}}R_{\text{P}} = I_{\text{P}}R_{\text{P}} \Rightarrow I_{\text{P}} \times \mathfrak{V}\Delta = I_{\text{P}} \times \mathfrak{F}\Delta \Rightarrow I_{\text{P}} = \mathfrak{V}I_{\text{P}}$$

$$\begin{cases} I_{\text{P}} + I_{\text{P}} = \mathfrak{F}A \\ I_{\text{P}} = \mathfrak{V}I_{\text{P}} \end{cases} \Rightarrow \mathfrak{V}I_{\text{P}} + I_{\text{P}} = \mathfrak{F} \Rightarrow I_{\text{P}} = \mathfrak{V}A \Rightarrow I_{\text{P}} = \mathfrak{F}A$$

مقاومت‌های $R_{\text{F}}, R_{\text{P}}, R_{\text{P}}$ باهم سری می‌باشند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{\text{F},\Delta} = R_{\text{F}} + R_{\Delta} = \mathfrak{F}\Delta + \mathfrak{F}\Delta = \mathfrak{F}\Delta\Omega$$

حالا مقاومت $R_{\text{F},\Delta}, R_{\text{P}}, R_{\text{P}}$ باهم موازی می‌باشند ($V_{\text{F},\Delta} = V_{\text{P}} = V_{\text{P}}$) و باتوجه به پایداری جریان ($I_{\text{P}} + I_{\text{F}} = \mathfrak{F}A$) می‌توانیم $I_{\text{F}}, I_{\text{P}}, I_{\text{P}}$ را به دست بیاوریم:

$$\begin{cases} V_{\text{F},\Delta} = V_{\text{P}} \\ V = RI \\ R_{\text{F},\Delta} = R_{\text{P}} = \mathfrak{F}\Delta\Omega \end{cases} \Rightarrow I_{\text{F}}R_{\text{F},\Delta} = I_{\text{P}}R_{\text{P}} \Rightarrow I_{\text{F}} = I_{\text{P}}$$

$$\begin{cases} I = I_{\text{P}} + I_{\text{F}} \\ I = \mathfrak{F} \end{cases} \Rightarrow \mathfrak{F} = \mathfrak{V}I_{\text{P}} \Rightarrow I_{\text{P}} = I_{\text{F}} = \mathfrak{V}A$$

حالا کافی است قانون گره را در نقطه A بنویسیم:

$$\begin{array}{c} I_{\text{P}} = \mathfrak{F}A \\ \downarrow \\ \text{A} \bullet \xrightarrow{I_{\text{AB}} = ?} \bullet \text{B} \\ \uparrow \\ I_{\text{P}} = \mathfrak{V}A \end{array} \quad I_{\text{P}} = I_{\text{P}} + I_{\text{AB}} \Rightarrow \mathfrak{F} = \mathfrak{V} + I_{\text{AB}} \Rightarrow I_{\text{AB}} = \mathfrak{V}A$$

مقاومت ولت‌سنج آرمانی بسیار زیاد است؛ بنابراین اگر ولت‌سنج سر راه جریان اصلی مدار قرار بگیرد، جریان صفر خواهد شد. آمپرسنج صفر را نشان می‌دهد و ولت‌سنج نیروی محرکه مولد را نشان خواهد داد.

$$V = \varepsilon - \mathfrak{I}r \Rightarrow V = \varepsilon$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{\varepsilon}{\infty} \Rightarrow I = 0$$

الف) مقاومت یک سیم در دمای ۲۰°C برابر ۴۰Ω است $\leftarrow R_1 = 40\Omega$, $\theta_1 = 20^{\circ}\text{C}$
 ب) در اثر افزایش دما مقاومت آن به $۴۶/۸\Omega$ می‌رسد $\leftarrow R_2 = 46/8\Omega$
 ج) دمای سیم در این حالت چند درجهٔ سلسیوس شده است $\leftarrow \theta_2 = ?^{\circ}\text{C}$

باتوجه به رابطهٔ اثر دما بر مقاومت الکتریکی داریم:

$$\begin{cases} R_2 = 46/8\Omega, & R_1 = 40\Omega \\ \alpha = 0.0068\text{K}^{-1} \\ \theta_1 = 20^{\circ}\text{C} \end{cases}$$

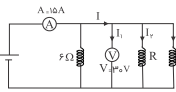
$$R_2 = R_1(1 + \alpha\Delta\theta) \Rightarrow 46/8/8 = 40(1 + 0.0068\Delta\theta)$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = 25^{\circ}\text{C} \Rightarrow \theta_2 - \theta_1 = 25$$

$$\xrightarrow{\theta_1=20^{\circ}\text{C}} \theta_2 - 20 = 25 \Rightarrow \theta_2 = 45^{\circ}\text{C}$$

مقاومت‌ها به صورت موازی بسته شده‌اند و دارای اختلاف پتانسیل یکسانی می‌باشند ($V = 30\text{V}$) بنابراین اگر I_2 را به دست بیاوریم با استفاده از رابطهٔ $R = \frac{V}{I}$ می‌توانیم مقاومت R را به دست بیاوریم.

جریان‌های I_1 , I_3 باهم برابرند، زیرا مقاومت‌های برابری دارند:



$$\begin{cases} I_1 = \frac{V}{R} \\ V = 30\text{V} \\ R = 6\Omega \end{cases} \Rightarrow I_1 = \frac{30}{6} = 5\text{A}$$

از قانون گره استفاده می‌کنیم تا I_2 را به دست بیاوریم:

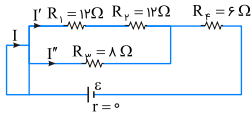
$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 + I_3 \\ I_1 = I_3 = 5\text{A} \\ I = 15\text{A} \end{cases} \Rightarrow 15 = 5 + I_2 + 5 \Rightarrow I_2 = 5\text{A}$$

از آنجایی که $I_1 = I_2 = I_3$ است و هر سه مقاومت ولتاژ یکسانی دارند، مقاومتشان نیز باهم برابر است: $R = 6\Omega$

جریانی که از R_2 می‌گذرد باید با جریان A_3 جمع شده و وارد مولد شود. $A_3 = 9\text{A}$ و جریان کل مولد که A_1 نشان می‌دهد برابر با 20A است؛ بنابراین جریان R_2 باید 11A باشد.

$$A_3 + I_{R_2} = A_1 \Rightarrow 9 + I_{R_2} = 20 \Rightarrow I_{R_2} = 11\text{A}$$

مدار به شکل زیر است.



از معادله $P = \frac{V^2}{R}$, برای محاسبه توان مصرفی مقاومت‌ها استفاده می‌کنیم؛ ازطرفی ولتاژ کل، بین مقاومت R_4 و $R_{1,2,3}$ تقسیم می‌گردد:

$$R_{1,2} = R_1 + R_2 = 24\Omega$$

$$R_{1,2,3} = \frac{R_{1,2} \times R_3}{R_{1,2} + R_3} = \frac{24 \times 6}{24 + 6} = 4\Omega$$

چون $R_4 = R_{1,2,3} = 6\Omega$ است، ولتاژها نیز باهم برابر است ($V_4 = V_{1,2,3} = V$) در مقاومت‌های موازی ولتاژها باهم برابر هستند؛ بنابراین داریم:

$$V_3 = V_{1,2} = V_{1,2,3} = V$$

ازطرفی چون مقاومت‌های R_2, R_1 باهم برابر و سری هستند، داریم:

$$V_1 = V_2 = \frac{V_{1,2}}{2} = \frac{V}{2}$$

پس نسبت توان مصرفی مقاومت R_4 به توان مصرفی مقاومت R_1 برابر است با:

$$\frac{P_4}{P_1} = \frac{\frac{V_4^2}{R_4}}{\frac{V_1^2}{R_1}} = \frac{V_4^2}{V_1^2} \times \frac{12}{6} = 8$$

گام اول

الف) اگر توان تلف‌شده در مقاومت درونی مولد برابر ۸ وات باشد $P_r = 8W \leftarrow$

ب) مقاومت R چند اهم است؟ $R = ? \Omega \leftarrow$

گام دوم

با استفاده از توان مقاومت داخلی جریان مدار محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} P = rI^2 \\ r = 2\Omega \\ P = 8W \end{cases} \Rightarrow 8 = 2 \times I^2 \Rightarrow I = 2A$$

با استفاده از قاعده حلقه می‌توانیم مقاومت R را محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} \varepsilon - IR - Ir = 0 \\ \varepsilon = 12V \\ r = 2\Omega \\ I = 2A \end{cases} \Rightarrow 12 - 2 \times R - 2 \times 2 = 0 \Rightarrow R = 4\Omega$$

جریان را در هرکدام از حالت‌ها به دست می‌آوریم و در نهایت باهم مساوی قرار می‌دهیم:

حالت اول (موازی):

مقاومت معادل را به دست می‌آوریم و جریان کل را با استفاده از قانون گره محاسبه کرده و قانون حلقه را می‌نویسیم:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_T = \frac{R}{2} \Rightarrow \varepsilon - Ir - I \frac{R}{2} = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{\frac{R}{2} + r}$$

$$I = I_1 + I_1 = 2I_1 \Rightarrow 2I_1 = \frac{\varepsilon}{\frac{R}{2} + r} \Rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon}{R + 2r} \quad (I)$$

با استفاده از قانون گره برای نقطه A داریم:

حالت دوم (سری):

با استفاده از قانون حلقه، جریان I_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$\varepsilon - I_2 r - I_2 R - I_2 R = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{\varepsilon}{r + 2R} \quad (II)$$

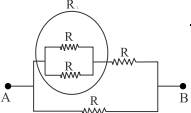
ازآنجا که جریان مقاومت‌ها در دو حالت باهم مساوی است؛ داریم:

$$I_1 = I_2 \xrightarrow{(I)} \frac{\varepsilon}{r + 2R} = \frac{\varepsilon}{R + 2r} \Rightarrow 2r + R = r + 2R \Rightarrow r = R$$

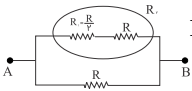
$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\frac{V_B}{I_B}}{\frac{V_A}{I_A}} = \frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۳}{۲}} = \frac{۴}{۹}$$

کافی است که مقاومت معادل R_{AB} را برحسب R به دست بیاوریم.

ابتدا مقاومت معادل بین دو مقاومتی که موازی بسته شده‌اند را به دست می‌آوریم:



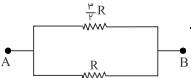
$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_1 = \frac{R}{۲}$$



$$R_۲ = \frac{R}{۲} + R = \frac{۳}{۲}R$$

مقاومت‌های R_1 و R در شاخهٔ بالا متوالی هستند، بنابراین:

حالا تنها دو مقاومت موازی داریم:



$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{\frac{۳}{۲}R} + \frac{1}{R} = \frac{۵}{۳R} \Rightarrow R_{AB} = \frac{۳}{۵}R$$

باتوجه به اینکه $R_{AB} = ۳\Omega$ است، بنابراین:

$$۳ = \frac{۳}{۵}R \Rightarrow R = ۵\Omega$$

گام اول

الف) اگر توان مصرفی مجموعه در شکل (۲)، $۴/۵$ برابر توان مصرفی شکل (۱) باشد: $\leftarrow \frac{P_۲}{P_1} = ۴/۵$

ب) اندازهٔ $R_۲$ کدام مقادیر برحسب اهم می‌تواند باشد: $\leftarrow R_۲ = ?\Omega$

گام دوم

باتوجه به ثابت بودن V در هر دو شکل، با محاسبهٔ مقاومت معادل هرکدام از آن‌ها و استفاده از رابطهٔ $P = \frac{V^۲}{R}$ می‌توانیم $R_۲$ را به دست بیاوریم.

در شکل (۱) مقاومت‌ها به صورت سری هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{T_1} = R_1 + R_۲ \quad (I)$$

در شکل (۲) مقاومت‌ها به صورت موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$\frac{1}{R_{T_۲}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_۲} \Rightarrow R_{T_۲} = \frac{R_1 R_۲}{R_1 + R_۲} \quad (II)$$

حال از نسبت $\frac{P_۲}{P_1} = ۴/۵$ استفاده می‌کنیم:

$$P = \frac{V^۲}{R_T} \Rightarrow \frac{P_۲}{P_1} = \frac{\frac{V^۲}{R_{T_۲}}}{\frac{V^۲}{R_{T_1}}} \Rightarrow ۴/۵ = \frac{R_{T_1}}{R_{T_۲}} \xrightarrow{(I)} \frac{(R_1 + R_۲)}{\frac{R_1 R_۲}{(R_1 + R_۲)}} = ۴/۵$$

$$\xrightarrow{R_1=۶\Omega} (۶ + R_۲)^۲ = ۶R_۲ \times ۴/۵ \Rightarrow R_۲^۲ - ۱۵R_۲ + ۳۶ = ۰ \Rightarrow R_۲ = \frac{۱۵ \pm \sqrt{۲۲۵ - ۱۴۴}}{۲} \Rightarrow \begin{cases} R_۲ = ۳\Omega \\ R_۲ = ۱۲\Omega \end{cases}$$

گام اول

الف) دو سیم هم طول مسی و آلومینیومی $\ell_{Cu} = \ell_{Al} \leftarrow$

ب: در یک دمای معین، دارای مقاومت الکتریکی مساوی‌اند $R_{Cu} = R_{Al} \leftarrow$

ج) اگر چگالی مس و آلومینیوم به ترتیب $\rho_{Cu} = 9 \text{ g/cm}^3 \leftarrow \rho_{Al} = 2.7 \text{ g/cm}^3$ و

د) مقاومت ویژه مس $\frac{1}{\rho}$ برابر مقاومت ویژه آلومینیوم باشد $\frac{\rho'_{Cu}}{\rho'_{Al}} = \frac{1}{\rho} \leftarrow$ مقاومت ویژه ρ' :

هـ) جرم سیم آلومینیومی چندبرابر جرم سیم مسی است؟ $\frac{m_{Al}}{m_{Cu}} \leftarrow$

گام دوم

با استفاده از روابط زیر خواهیم داشت:

$$R = \rho' \frac{\ell}{A} \Rightarrow \frac{R_{Cu}}{R_{Al}} = \frac{\rho'_{Cu} \frac{\ell_{Cu}}{A_{Cu}}}{\rho'_{Al} \frac{\ell_{Al}}{A_{Al}}}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{1}{\rho} \times 1 \times \frac{A_{Al}}{A_{Cu}} \Rightarrow \frac{A_{Al}}{A_{Cu}} = \rho$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow \frac{m_{Al}}{m_{Cu}} = \frac{\rho_{Al} V_{Al}}{\rho_{Cu} V_{Cu}} \xrightarrow{V=Al\ell}$$

$$\frac{m_{Al}}{m_{Cu}} = \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} \times \frac{A_{Al}}{A_{Cu}} \times 1 = \frac{\rho}{9} \times \rho \times 1 = \frac{\rho^2}{9} = \frac{\rho}{\delta} = \frac{\rho}{\delta}$$

گام اول

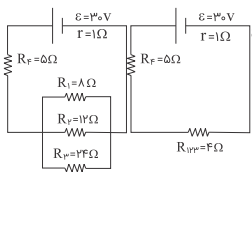
مقدار گرمایی که در مدت ۱۰۰ ثانیه در مقاومت R_3 تولید می‌شود، چند ژول است؟ $U_3 = ? \text{ J}, t = 100 \text{ s}$

گام دوم

ابتدا باید جریان کل را محاسبه کنیم. سه مقاومت R_1, R_2, R_3 باهم موازی هستند، بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$\frac{1}{R_{1,2,3}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R_{1,2,3}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} \Rightarrow R_{1,2,3} = 4 \Omega$$

حال با استفاده از قانون حلقه، جریان کل را محاسبه می‌کنیم:



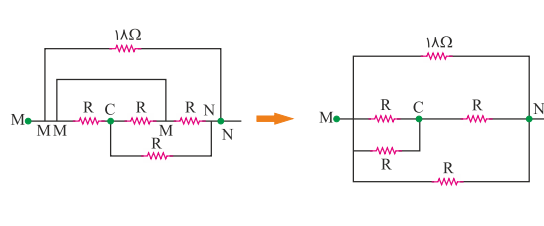
$$\varepsilon - Ir - IR_F - IR_{1,2,3} = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r + R_F + R_{1,2,3}} = \frac{30}{1 + 6 + 4} = 3 \text{ A}$$

$$\begin{cases} V_{1,2,3} = R_{1,2,3} I \\ R_{1,2,3} = 4 \Omega \\ I = 3 \text{ A} \end{cases} \Rightarrow V_{1,2,3} = 4 \times 3 = 12 \text{ V} \Rightarrow V_1 = V_2 = V_3 = 12 \text{ V}$$

مقاومت‌های R_1, R_2, R_3 باهم موازی‌اند، بنابراین:

حالا می‌توانیم مقدار گرمای R_3 را در مدت ۱۰۰ ثانیه حساب کنیم:

$$U_3 = \frac{V_3^2}{R_3} t = \frac{12^2}{24} \times 100 = 600 \text{ J}$$



$$R_{eq} = ((\frac{R}{\rho} + R) \parallel R \parallel 18\Omega) = ((\frac{\frac{R}{\delta} \times R}{\frac{R}{\delta} + R}) \parallel 18\Omega)$$

$$\Rightarrow R_{eq} = (\frac{R}{\delta} \parallel 18) = \frac{\frac{R}{\delta} \times 18}{\frac{R}{\delta} + 18} = \frac{R}{\rho}$$

$$\Rightarrow \frac{\delta R}{R + 18} = \frac{R}{\rho} \Rightarrow 10\delta = R + 18 \Rightarrow R = 6 \Omega$$

گام اول

الف) ولت‌سنج ۱۸ ولت را نشان می‌دهد $\leftarrow \varepsilon - V_r = V_R = 18V$
 ب) توان مصرفی مقاومت R چندبرابر توان مصرفی مقاومت r است؟ $\leftarrow \frac{P_R}{P_r} = ?$

گام دوم

ابتدا مقدار V_r را محاسبه می‌کنیم:

$$\varepsilon - V_r = 18 \Rightarrow V_r = \varepsilon - 18 = 20 - 18 = 2V$$

ازطرفی جریان عبوری از مقاومت‌ها باهم برابر می‌باشند ($I_R = I_r$)، بنابراین:

$$P = VI \Rightarrow \frac{P_R}{P_r} = \frac{V_R I_R}{V_r I_r} = \frac{18}{2} = 9$$

گام اول

الف) R متغیر را از $2r$ تا r کاهش می‌دهیم $\leftarrow R_1 = 2r, R_2 = r$ ب) افت پتانسیل در باتری چندبرابر می‌شود؟ $\leftarrow \frac{V_2}{V_1} = ?$

گام دوم

باتوجه به رابطه $V = \frac{\varepsilon r}{R + r}$ ، پتانسیل مولد را در دو حالت R_1 و R_2 به دست می‌آوریم:
 در حالت اول:

$$V_1 = \frac{\varepsilon r}{R_1 + r} \Rightarrow V_1 = \frac{\varepsilon r}{2r + r} = \frac{\varepsilon}{3}$$

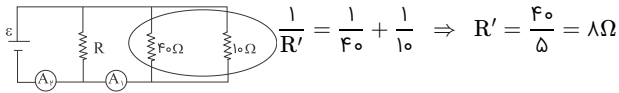
در حالت دوم:

$$V_2 = \frac{\varepsilon r}{R_2 + r} \Rightarrow V_2 = \frac{\varepsilon r}{r + r} = \frac{\varepsilon}{2}$$

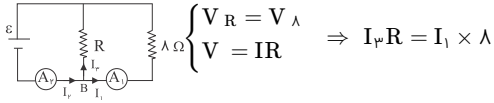
بنابراین نسبت افت پتانسیل در باتری برابر است با:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{2}}{\frac{\varepsilon}{3}} = \frac{3}{2}$$

برای به دست آوردن مقاومت معادل ابتدا باید R را مشخص کنیم. اگر مقاومت معادل مقاومت‌های ۴۰ و ۱۰ اهمی را به دست بیاوریم آنگاه دو شاخه موازی با پتانسیل‌های یکسان داریم و می‌توانیم R را محاسبه کنیم:



مقاومت R و ۸Ω باهم موازی هستند و دارای اختلاف پتانسیل‌های یکسانی می‌باشند بنابراین:



حال کافی است با استفاده از قانون گره در نقطه B ، I_3 را مشخص کنیم:

$$\begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ I_3 = ۳A \\ I_1 = ۲/۵A \end{cases} \Rightarrow ۳ = ۲/۵ + I_3 \Rightarrow I_3 = ۰/۵A$$

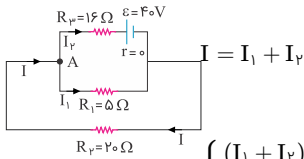
بنابراین R برابر است با:

$$I_3 R = I_1 \times ۸ \Rightarrow \frac{1}{۲} \times R = \frac{۵}{۲} \times ۸ \Rightarrow R = ۴۰\Omega$$

حال ۳ مقاومت موازی داریم و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{۴۰} + \frac{1}{۴۰} + \frac{1}{۱۰} \Rightarrow R_T = \frac{۲۰}{۳}\Omega$$

جریان دلخواه I را در نظر می‌گیریم و برای گره A داریم:



حال از قاعده حلقه استفاده می‌کنیم؛ یک بار برای مسیری که I_2 در آن وجود دارد و بار دیگر برای مسیری که I_1 در آن هست. بنابراین:

$$\begin{cases} (I_1 + I_2) \times ۲۰ + ۱۶I_2 + ۴۰ = ۰ \\ (I_1 + I_2) ۲۰ + ۵I_1 = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۳۶I_2 + ۲۰I_1 + ۴۰ = ۰ & (I) \\ ۲۵I_1 + ۲۰I_2 = ۰ & (II) \end{cases}$$

دستگاه دو معادله دو مجهول را حل می‌کنیم تا I_1 به دست آید:

$$\begin{aligned} ۲۵I_1 + ۲۰I_2 = ۰ &\Rightarrow I_2 = -\frac{۵}{۴}I_1 \\ \xrightarrow{(I)} -۳۶ \times \frac{۵}{۴}I_1 + ۲۰I_1 + ۴۰ = ۰ &\Rightarrow -۴۵I_1 + ۲۰I_1 + ۴۰ = ۰ \Rightarrow ۲۵I_1 = ۴۰ \Rightarrow I_1 = ۱/۶A \end{aligned}$$

گام اول

$$\begin{cases} V_1 = ۱۲V \\ P_1 = ۳۶W \end{cases} \leftarrow \begin{cases} ۳۶W \text{ و } ۱۲V \\ ۱۲V \end{cases}$$

(الف) لامپی با مشخصات $۱۲V$ و $۳۶W$

(ب) به منبع برق $۸V$ وصل می‌کنیم $V_2 = ۸V$

(ج) اگر مقاومت الکتریکی لامپ ثابت بماند $R_1 = R_2$

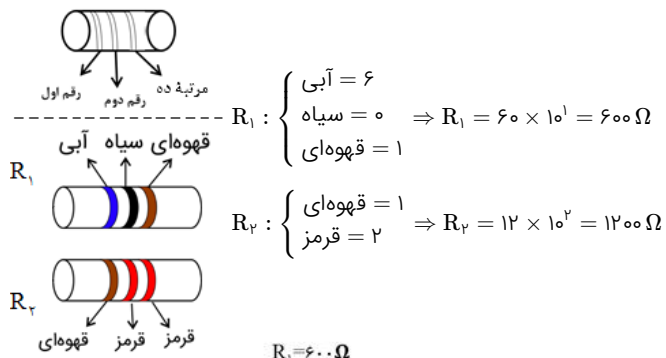
(د) توانش چند وات می‌شود؟ $P_2 = ?W$

گام دوم

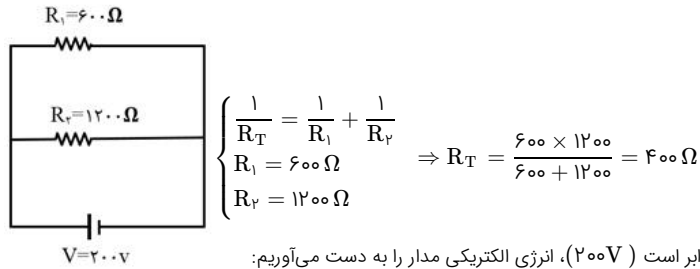
با استفاده از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ و نسبت $\frac{P_2}{P_1}$ می‌توانیم مقدار P_2 را به دست بیاوریم:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2^2}{V_1^2} \times \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{P_2}{۳۶} = \left(\frac{۸}{۱۲}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_2}{۳۶} = \frac{۴}{۹} \Rightarrow P_2 = ۱۶W$$

ابتدا مقدار مقاومت ها را مشخص می کنیم:



بنابراین مدار به صورت زیر درمی آید:



مقاومت‌های R_1 و R_2 با هم موازی هستند، بنابراین:

باتوجه به اینکه اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها، با ولتاژ دو سر مولد برابر است (۲۰۰ V)، انرژی الکتریکی مدار را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} W = \frac{V^2}{R_T} t \\ V = ۲۰۰ \text{ V} \\ R_T = ۴۰۰ \Omega \\ t = ۱/۵ \text{ h} \end{cases} \Rightarrow W = \frac{۴ \times ۱۰^6}{۴۰۰} \times ۱/۵ = ۱۵۰ \text{ Wh} = ۰/۱۵ \text{ kWh}$$

گام اول

الف) طول یک سیم فلزی ۱۰ سانتی متر $\leftarrow L_1 = ۱۰ \text{ cm}$

ب) و قطر مقطع آن ۲ mm است $\leftarrow d = ۲ \text{ mm}$

ج) اگر مقاومت الکتریکی آن ۱۶ برابر شود $\leftarrow \frac{R_2}{R_1} = ۱۶$

د) طول آن چند سانتی متر می شود $\leftarrow L_2 = ? \text{ cm}$

گام دوم

با استفاده از نسبت $\frac{R_2}{R_1}$ می توانیم L_2 را محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} \frac{R_2}{R_1} = ۱۶ \\ R = \rho \frac{L}{A} \end{cases} \Rightarrow \frac{L_2}{A_2} = \frac{L_1 A_1}{L_1 A_2} = ۱۶$$

از آنجا که حجم سیم ثابت باقی می ماند داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow L_1 A_1 = L_2 A_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1}$$

بنابراین:

$$\begin{cases} \frac{L_2 A_1}{L_1 A_2} \\ \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1} \Rightarrow ۱۶ = \frac{L_2}{۱۰۰} \Rightarrow L_2 = ۱۶۰۰ \Rightarrow L_2 = ۴۰ \text{ cm} \\ L_1 = ۱۰ \text{ cm} \end{cases}$$

با بستن کلید k ، مقاومت معادل کل مدار کاهش می‌یابد؛ زیرا مقاومت کل (R_{T1}) ، قبل از بستن کلید، برابر R_1 است و بعد از بستن کلید، برابر $R_{T1} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ است. از آنجایی که $\frac{R_2}{R_1 + R_2}$ عددی است بین ۰ و ۱، در هر عدد مثبتی ضرب شود، آن عدد کوچک‌تر می‌شود؛ پس با کاهش مقاومت کل R_{T1} ، شدت جریان I افزایش می‌یابد (طبق رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{T1} + r}$). اختلاف پتانسیل V برابر است با:

$$V_B - Ir_v - \mathcal{E}_v = V_A \Rightarrow V_B - V_A = Ir_v + \mathcal{E}_v$$

بنابراین با افزایش جریان، ولت‌سنج عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد. اگر اختلاف پتانسیل دو سر شاخه R_1 را به دست بیاوریم، می‌توانیم با توجه به تغییرات جریان مدار، درمورد تغییرات جریان آمپر نتیجه‌گیری کنیم:

$$V_D + \mathcal{E}_1 - Ir_1 - \mathcal{E}_v - Ir_v = V_E$$

$$V_D + 12 - I - 2 - I = V_E$$

$$V_E - V_D = 10 - 2I$$

در نتیجه با افزایش جریان، اختلاف پتانسیل بین دو سر شاخه کاهش می‌یابد. با توجه به قانون اهم $(R = \frac{V_{E-D}}{I_1})$ با کاهش I_1 ، V_{E-D} نیز کاهش می‌یابد.

ابتدا جریان مدار را به دست آورده و سپس اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مولد \mathcal{E}_1 را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_v}{R + r_1 + r_v} = \frac{6 + 6}{1 + 1/5 + 0/5} = \frac{12}{3} = 4 \text{ A}$$

$$V_1 = \mathcal{E}_1 - Ir_1 = 6 - 4 \times 1/5 = 0$$

در دو حالت، مقدار معادل را به دست آورده و در نهایت با استفاده از نسبت $\frac{I'}{I} = \frac{16}{15}$ ، n را به دست می‌آوریم:

$$\text{حالت اول: } R_{eq} = \frac{R}{n} + R$$

$$\text{حالت دوم: } R'_{eq} = \frac{R}{n+1} + R$$

$$\frac{I'}{I} = \frac{16}{15} \Rightarrow \frac{\frac{\mathcal{E}}{\frac{R}{n+1} + R}}{\frac{\mathcal{E}}{\frac{R}{n} + R}} = \frac{16}{15} \Rightarrow \frac{\frac{R}{n} + R}{\frac{R}{n+1} + R} = \frac{16}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{n} + 1}{\frac{1}{n+1} + 1} = \frac{16}{15} \Rightarrow \frac{(n+1)^2}{n(n+2)} = \frac{16}{15}$$

در اینجا با جایگذاری اعداد گزینه در رابطه فوق، سریع‌تر به جواب خواهیم رسید.
در رابطه فوق $n = 3$ صدق می‌کند.

گام اول

الف) دو سیم فلزی A و B دارای طول و مقاومت الکتریکی مساوی‌اند ← $l_A = l_B, R_A = R_B$

ب) اگر جرم سیم B، $\frac{2}{3}$ جرم سیم A بوده ← $m_B = \frac{2}{3}m_A$

ج) چگالی آن، $\frac{1}{3}$ چگالی سیم A باشد ← $\rho_B = \frac{1}{3}\rho_A$ (چگالی)

د) مقاومت ویژه سیم B چندبرابر مقاومت ویژه سیم A است؟ ← $\frac{\rho_B}{\rho_A} = ?$ (مقاومت ویژه)

گام دوم

با استفاده از روابط $R = \rho \frac{l}{A}$ و $\rho = \frac{m}{V}$ (چگالی)، نسبت مقاومت ویژه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$R_A = R_B \Rightarrow \rho_A \frac{l_A}{A_A} = \rho_B \frac{l_B}{A_B} \xrightarrow{A=\frac{V}{L}} \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{\frac{V_B}{L_B}}{\frac{V_A}{L_A}}$$

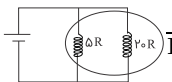
$$\Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{\frac{m_B}{m_A}}{\frac{m_A}{\frac{1}{3}\rho_A}} = \frac{\frac{2}{3}m_A}{m_A} \times \frac{\rho_A}{\frac{1}{3}\rho_A} = 2$$

گام اول


توان مصرفی در مقاومت‌های خارجی مدار چند وات است؟ ← $P = ? \text{ (W)}$ ، منظور از مقاومت‌های خارجی، مقاومت معادل بین R ، ΔR است.

گام دوم

مقاومت‌های نشان‌داده‌شده باهم موازی می‌باشند، در نتیجه مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:



$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{\Delta R} \Rightarrow R_T = \frac{3\Omega \times \Delta R}{3\Omega + \Delta R} = 4\Omega$$



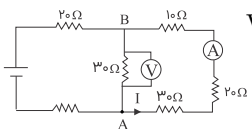
$$\mathcal{E} - Ir - IR_T = 0 \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_T} = \frac{9}{4 + 1} = 2 \text{ A}$$

با استفاده از قاعده حلقه می‌توانیم جریان I را به دست بیاوریم:

بنابراین توان مقاومت‌های خارجی برابر است با:

$$P = R_T I^2 = 4(2)^2 = 16 \text{ W}$$

اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B برابر با ۱۲ ولت ($V_A - V_B = 12 \text{ V}$) می‌باشد، پس:



$$V_A - I \times 3\Omega - I \times 2\Omega - I \times 1\Omega = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 6\Omega I \Rightarrow 12 = 6\Omega I \Rightarrow I = 2 \text{ A}$$

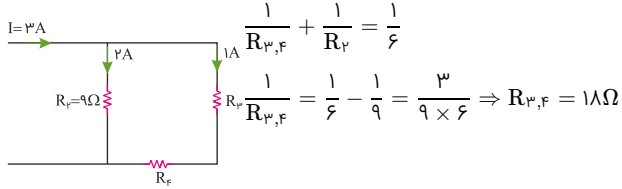
باتوجه به اینکه ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مولد را نشان می‌دهد، می‌توان نوشت:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow 2V = \mathcal{E}_0 - I \times 1 \Rightarrow I = 3A$$

ازطرفی به کمک جریان کل مدار می‌توانیم مقاومت معادل مدار را به دست آوریم.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow \mathcal{E}_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{R_{eq} + 1} \Rightarrow R_{eq} = 9\Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{1,2,3,4} \Rightarrow 9 = 3 + R_{1,2,3,4} \Rightarrow R_{1,2,3,4} = 6\Omega$$



چون توان مصرفی R_4 داده شده، می‌توان مقدار این مقاومت را محاسبه نمود:

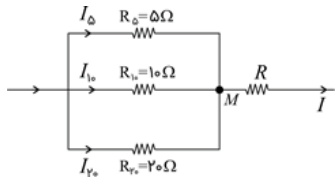
$$P = R_4 I^2 \Rightarrow 6 = R_4 \times 1^2 \Rightarrow R_4 = 6$$

$$R_3 + R_4 = 18 \Rightarrow R_3 = 12\Omega$$

گام اول

الف) اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۵ اهمی برابر ۱۰ ولت است $V_{\Delta} = 10V \leftarrow$

ب) شدت جریان I چند آمپر است؟ $I = ?A \leftarrow$



گام دوم

جریان I_{Δ} برابر است با:

$$\begin{cases} I_{\Delta} = \frac{V_{\Delta}}{R_{\Delta}} \\ V_{\Delta} = 10V \\ R_{\Delta} = 5\Omega \end{cases} \Rightarrow I_{\Delta} = \frac{10}{5} = 2A$$

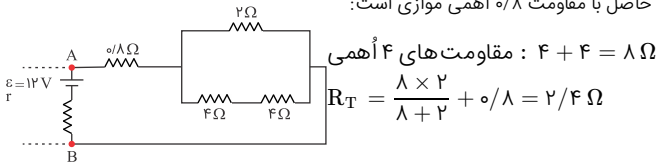
مقاومت‌های R_{Δ} با R_{10} , R_{20} موازی است؛ بنابراین:

$$\begin{cases} V_{\Delta} = V_{10} = V_{20} \\ V_{\Delta} = 10V \\ R_{10} = 10\Omega \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_{\Delta} = V_{10} \Rightarrow 10 = I_{10} \times R_{10} \Rightarrow 10 = I_{10} \times 10 \Rightarrow I_{10} = 1 \\ V_{\Delta} = V_{20} \Rightarrow 10 = I_{20} \times R_{20} \Rightarrow 10 = I_{20} \times 20 \Rightarrow I_{20} = \frac{1}{2} \end{cases} A$$

باتوجه به قانون بقای بار در نقطه M :

$$\begin{cases} I = I_{\Delta} + I_{10} + I_{20} \\ I_{\Delta} = 2A \\ I_{10} = 1A \\ I_{20} = \frac{1}{2}A \end{cases} \Rightarrow I = 2 + 1 + \frac{1}{2} = 3.5A$$

بخش سمت راست مدار به صورت شکل زیر است. باتوجه به شکل، اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر است با اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B: $V_{\text{مولد}} = V_{AB}$
 مطابق شکل مشاهده می‌شود مقاومت‌های ۴ اهمی با هم سری بوده و با مقاومت ۲ اهمی موازی هستند و حاصل با مقاومت ۸/۵ اهمی موازی است:



در ادامه داریم:

$$\begin{aligned} P_{۲\Omega} &= R_{۲} I_{۲\Omega}^۲ \Rightarrow \lambda = ۲ I_{۲\Omega}^۲ \Rightarrow I_{۲\Omega} = ۲A \quad \text{جریان مقاومت ۲ اهمی} \\ \Rightarrow V_{۲\Omega} &= I_{۲\Omega} R = ۲ \times ۲ = ۴V \\ \Rightarrow V_{\text{اهمی ۴}} &= V_{۲\Omega} = ۴V \\ \Rightarrow I_{\text{اهمی ۴}} \times R_{\text{اهمی ۴}} &= ۴V \Rightarrow I_{\text{اهمی ۴}} \times \lambda = ۴ \Rightarrow I_{\text{اهمی ۴}} = ۰/۵A \end{aligned}$$

$$\Rightarrow I_T = ۲ + ۰/۵ = ۲/۵A$$

$$V_{\text{مولد}} = V_{AB} = I_T R_T = ۲/۵ \times ۲/۴ = ۶V$$

با استفاده از رابطه $P = RI^۲$ نسبت توان مصرفی مقاومت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$P = RI^۲ \Rightarrow \frac{P_۳}{P_۱} = \frac{R_۳ I_۳^۲}{R_۱ I_۱^۲} = \frac{\lambda}{۲} \times \left(\frac{I_۳}{I_۱} \right)^۲ = ۴ \left(\frac{I_۳}{I_۱} \right)^۲$$

کافی است $\frac{I}{I_1}$ را بیابیم؛ مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ باهم موازی‌اند؛ بنابراین ولتاژ دو سر آن‌ها باهم برابر است ($V_۱ = V_۲$):

$$\begin{cases} V_۱ = V_۲ \\ V = RI \end{cases} \Rightarrow R_۱ I_۱ = R_۲ I_۲ \Rightarrow ۲ \times I_۱ = \lambda I_۲ \Rightarrow I_۲ = \frac{۱}{\frac{\lambda}{۲}} I_۱$$

با به کارگیری قاعده گره در نقطه A داریم:

$$I_۳ = I_۱ + I_۲ \Rightarrow I_۳ = I_۱ + \frac{۱}{\frac{\lambda}{۲}} I_۱ \Rightarrow I_۳ = \frac{\omega}{\frac{\lambda}{۲}} I_۱ \Rightarrow \frac{I_۳}{I_۱} = \frac{\omega}{\frac{\lambda}{۲}}$$

$$\frac{P_۳}{P_۱} = ۴ \left(\frac{I_۳}{I_۱} \right)^۲ = ۴ \left(\frac{\omega}{\frac{\lambda}{۲}} \right)^۲ = \frac{۲\omega}{\frac{\lambda}{۲}}$$